

貝氏系集處理器應用於展期極端溫度機率預報

朱心宇 張惠玲 陳昀靖 羅存文 周柿均
中央氣象局
科技中心

摘要

本研究測試應用貝氏系集處理器(Bayesian Processor of Ensemble, BPE)產出台灣測站點上展期極端溫度機率預報。BPE 為一個完全貝氏統計後處理方法，其演算法中結合了利用預報因子及觀測值產生的邊緣分布作為概似函數(likelihood)，及觀測值的氣候分布作為先驗函數(prior)，再根據最新的系集預報資料予以結合成後驗函數(posterior, 即為預報機率函數)。因為其完全貝氏的架構，BPE 的優勢在於再預報資料(Reforecast)較少的狀況下，充分利用完整的觀測資料建立先驗函數，得到可靠的後驗分布函數。

BPE 之架構以去年第三週週均溫機率預報研究為基礎。然而，因為預報變數的極端值統計特性，我們利用 Weibull 分布取代 Yeo-Johnson 轉換來擬合觀測及模式資料，再進行常態分位數轉換(NQT)。此外，本研究使用美國 NCEP-EMC 所開發之系集模式的最新版本-NCEP-GEFSv12 作為上游模式。由於 NCEP-GEFSv12 直接輸出了每六小時最高/最低溫，集整成日最高/最低溫後，作為日極端溫度的預報因子。

本研究校驗了過去 20 年預報時間 8 至 14 日之日極端溫度，以及第三四週之週極端溫度。以多個評估機率預報表現的指標，包含 continuously ranked probability skill score (CRPSS), reliability diagram, calibration score (CS) 和 informativeness score (IS)，以評估經 BPE 校正後及原始模式之預報品質。評估結果顯示，經 BPE 校正後之 CRPS 優於氣候值，並在極端的分位數(5%,10%,90%,95%)及溫度門檻($T_{min} \leq 10^{\circ}C, T_{max} \geq 36^{\circ}C$)具有良好的可靠度。其中，預報冷季的低溫極端之預報表現優於預報暖季的高溫極端。

關鍵字: 貝式系集處理器，系集模式，展期機率預報，極端溫度，統計後處理

一、前言

近年來極端氣候事件頻傳，對於我國水資源管理、農業及能源發展造成巨大的挑戰。因此，對於精緻，客製化之展期天氣機率預報(兩周以上)之需求不斷增加。然而，在預報時間達到了兩周以上時，因為物理模型不完整、解析度及非線性過程造成預報不確定性的增加，讓決定性預報參考性降低。因此，可量化預報不確定性、提供機率預報及未來可能發生之多種情境的系集模式，在展期天氣預報上獲得廣泛的應用。但是，由於展期全球系集模式之水平解析度多半在 25 公里×25 公里以上，不足以直接提供在地精緻化之機率預報，且往往會有預報偏差(Forecasting Bias)、離散度與實際預報誤差不同的問題。因此，在提供精緻化之展期機率預報前，統計偏差修正及降尺度(合稱統計後處理, Statistical Post-Processing, SPP)，成為產製這些預報的必要流程。SPP 可以有效修正系集模式的預報偏差及離散度，並且可以提供原始模式沒有輸出的產品。為了訓練一個可靠的 SPP 模型，第一往往會需

要長期、大量的後預報(Hindcast)，找出原始預報與目標變數的關係。這些後預報往往需要耗費大量的運算資源。第二，近年來對於地球系統的了解愈加透徹後，模式版本頻繁的更新，產製及處理後預報資料會需要一定之時間，因此在實務上，可取得之後預報長度往往短於可取得之觀測資料。第三，到了展期時間尺度，降尺度後的模式預報表現通常遜於氣候值。因此，朱等人 (2020)，參照 Krzysztofowicz & Evans (2008, 後簡稱 KE08)，利用完全貝氏架構建立之貝氏系集處理器(BPE)，以 NCEP-EMC-SubX 三年後預報資料做 SPP，進行台灣測站上第三周周均溫統計後處理機率預報，發現有相當不錯的校正效果。BPE 之模型架構即是基於解決目前統計後處理遇到的挑戰為目標設計，利用在地長期的氣候資訊以嚴謹的貝氏定理融合，最大化有限後預報樣本的資訊度，提供可靠的機率預報。Chu et al. (2021) 則透過利用 3 年、5 年、10 年的美國國家環境預測中心-全球系集模式第 12 版 (NCEP-GEFSv12)後預報資料進行建模實驗，再進行第三周及第四周周均溫長期校驗評比，發現 BPE 在縮短建模樣本下，仍可提供優於氣候分布，表現良好的機率預報。

因此，本研究延伸前述工作，測試 BPE 應用於第三周及第四周周極端溫度機率預報，及 8-14 日日極端溫度機率預報的可行性。

二、 資料來源

本研究選用之預報因子(predictor)為 NCEP-GEFSv12 輸出之每六小時最高溫及最低溫，取當日最大/最小值作為日最高溫(T_{max}^{daily})及最低溫(T_{min}^{daily})再雙線性內插到測站點上。若目標值(predictand)為周極端溫度，則是將各系集成員之 7 天窗區內 T_{max}^{daily} , T_{min}^{daily} 取極值做平均，定義為周最高溫(T_{max}^{weekly})及周最低溫(T_{min}^{weekly})之系集平均。後預報時間長度共有 20 年(2000-2019)，建模時，將後預報資料拆成前後十年(2000-2009, 2010-2019)，分別當作訓練資料及驗證資料(例：校驗 2010 年時，以 2000-2009 年訓練出之建模參數預報)，以確保訓練集及驗證集完全獨立。預報時間方面，則是定義第 15-21 天為第三周，第 22-28 天為第四周。建模參數採逐月建模，每月建模樣本會納入前後一月份(後一月份)後(前)兩周時間窗區的資料來增加樣本數。

三、 單變量 BPE 模型概述

假設給定一組系集資料向量 \mathbf{x} ，及對應到觀測 \mathbf{w} ，而 \mathbf{w} 為所有觀測 \mathbf{W} 的子集合。BPE 的架構從貝式定理出發：

$$\Phi(w_{t+l}|\bar{\mathbf{x}}_t) = \frac{L(\bar{\mathbf{x}}_t|w_{t+l})G(w_{t+l})}{K(\bar{\mathbf{x}}_t)} \quad \text{Eq.(1)}$$

其中， $\bar{\mathbf{x}}_t$ 定義為預報初始時間 t 系集平均，而 w_{t+l} 為在預報目標時間 $t+l$ 的觀測值，右式為在預報出 $\bar{\mathbf{x}}_t$ 的條件下，觀測值為 w_{t+l} 的後驗機率(Posterior) Φ ，而在一個連續的定義域中可給定無限多個 w_{t+l} ，則 Φ 為一個累積機率分布函數(Cumulative Distribution Function, CDF)。而要得出 Φ ，必須將問題拆解成右式三項：

- (一) 概似機率函數 $L(\bar{\mathbf{x}}_t|w_{t+l})$: 在觀測到 w_{t+l} 的條件下，預報出 $\bar{\mathbf{x}}_t$ 的機率
- (二) 先驗機率函數 $G(w_{t+l})$: 觀測值 w_{t+l} 先前發生之機率
- (三) 預測值機率函數 $K(\bar{\mathbf{x}}_t)$: 預測值 $\bar{\mathbf{x}}_t$ 先前發生之機率

在產生上列機率密度函數前，必須先將樣本進行標準化(Standardization)，以確保模型符合平穩假設(Stationarity)：

$$x'_k = \frac{x_k - m_k}{s_k}, w'_k = \frac{w_k - m_k}{s_k} \quad \text{Eq.(2)}$$

其中， m_k 和 s_k 分別為該測站點一年中第 k 天 \mathbf{W} 的平均值及標準差。接下來，我們假設極端溫度滿足統計學中極端值理論(Extreme Value Theory, EVT) Type III 分布：

$$F(x) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{x - \eta}{\alpha} \right)^{\beta - 1} \exp \left[- \left(\frac{x - \eta}{\alpha} \right)^\beta \right] \quad \text{Eq.(3)}$$

分別將 (x'_k, w'_k) 累積排序的經驗分布函數(Empirical Cumulative Distribution Function, ECDF)以 Eq.(3) 進行曲線擬合，得出對應的 CDF (K', G') 。由於 BPE 中的概似函數假設滿足高斯元模型(Meta-Gaussian Model)，必須將 K', G' 進行常態分位數轉換(Normal Quantile Transform, NQT)：

$$V = Q^{-1}(G'(w'_k)), Z = Q^{-1}(K'(x'_k)) \quad \text{Eq.(4)}$$

其中， $Q^{-1}(\cdot)$ 為標準常態分位函數，而 (V, Z) 的關聯結構滿足：

$$L(Z|V = v) \sim N(av + b, \sigma^2) \quad \text{Eq.(5)}$$

則邊緣分布 $L(Z|V = v)$ 之一階動差為 $av + b$ ，變異數為 σ^2 。參數 (a, b, σ^2) 則是利用最大概似法(Maximum Likelihood Estimation, MLE) 估計。

估計出 (a, b, σ^2) 後即可帶入後驗參數：

$$A = \frac{a}{a^2 + \sigma^2}, B = -\frac{ab}{a^2 + \sigma^2}, T^2 = \frac{\sigma^2}{a^2 + \sigma^2} \quad \text{Eq.(6)}$$

最後利用 (A, B, T^2) 計算出後驗(預報)累積機率 $\Phi(w|\bar{\mathbf{x}}_t)$ ：

$$\Phi(w_{t+l}|\bar{\mathbf{x}}_t) = Q\left(\frac{1}{T} [Q^{-1}(G'(w'_k))] - AQ^{-1}(K'(x'_k)) - B]\right) \quad \text{Eq.(7)}$$

圖一為 BPE 系統建模及產生預報流程圖。

四、 校驗結果

為了確保校驗結果具有統計代表性，本研究進行建模後，針對台灣 29 個人工測站，進行長達 20 年的交叉驗證，並且使用多個機率預報校驗指標校驗，完整評估機率預報各種特性：

- (一) Continuously Ranked Probability Score (CRPS,

Hersbach, 2000):

$$CRPS \equiv \int_{-\infty}^{\infty} [F(y) - F_o(y)]^2 dy \quad \text{Eq.(8)}$$

其中 $F(y)$ 為預報之 CDF, $F_o(y)$ 為滿足 Eq.(9)之單位躍階函數:

$$F_o(y) = \begin{cases} 0, & y < \text{Ground Truth} \\ 1, & y \geq \text{Ground Truth} \end{cases} \quad \text{Eq.(9)}$$

CRPS 可做為評估機率分布函數誤差之指標, 當預報為決定性預報時, CRPS 則可視為絕對誤差(Absolute Error)。校驗樣本長期平均 CRPS 可與作為基準(Baseline)的氣候分布 CRPS 比較, 得出 Continuous Ranked Probability Skill Score (CRPSS):

$$CRPSS = 1 - \frac{CRPS_{forecast}}{CRPS_{climate}} \quad \text{Eq.(10)}$$

其中 $-\infty < CRPSS \leq 1$, 當 $CRPSS < 0$ 時, 相對於氣候分布沒有預報技術, 而當 $CRPSS = 1$ 時則為完美預報。

由圖二可看出, 經由 BPE 校正之後 CRPSS, 相較於原始模式有大幅度的進步。而冷季的最低溫相較於暖季的最高溫有更佳的表現, 應為原始模式對於冷季低溫掌握較暖季高溫好的緣故。從此圖也可看出 BPE 另一項性質: 在暖季時, 第三、第四周模式不再具有可預報度時, BPE 的 CDF 會自動趨近於氣候分布, 導致其 CRPSS 趨近於零, 但是經由 BPE 校正後大部分測站的最高溫預報還是略具有預報技術, 且其最差的表現並不會偏離直接以氣候分布做機率預報太多。

(二) Reliability Diagram & Brier Score

為了評估 BPE 在極端溫度的可靠度, 除了整體 CDF 的誤差之外, 還需要用二元類別預報校驗指標校驗。首先, 我們使用 Brier Score :

$$BS = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^I N_i (y_i - \bar{o}_i)^2 - \sum_{i=1}^I N_i (\bar{o}_i - \bar{o})^2 \right] + \bar{o}(1 - \bar{o}) \quad \text{Eq.(11)}$$

(a) (b) (c)

BS 可分成三項: (a) 可靠度 (Reliability) (b)解析度 (Resolution)和 (c) 不確定性 (Uncertainty)。而 BS 之值域介於 0-1 之間, 值越低預報表現越佳。BSS 則定義為:

$$BSS = \frac{\text{Resolution} - \text{Reliability}}{\text{Uncertainty}} \quad \text{Eq.(12)}$$

圖三為 $T_{min} \leq 10^\circ\text{C}$ 之 Reliability Diagram, 可以發現在 BPE 校正之後最低溫機率預報對於此門檻有幾乎

完美的可靠度。而 $T_{max} \geq 36^\circ\text{C}$ 也有不錯的可靠度(圖四)。甚至到了第三、四周模式可大幅修正原始模式之嚴重低報(under-forecasting)。

雖然固定門檻分析對於實務上較為方便, 然而統計上之極端值仍須以各測站氣候分佈的累積百分位而定。此研究極端事件機率門檻採用較嚴格的定義, 為各測站過去歷史紀錄目標預報日「當日」資料第 85 百分位、第 90 百分位及第 95 百分位量值為該測站極端高溫之門檻, 及第 5 百分位、第 10 百分位及第 15 百分位量值為該測站極端低溫之門檻, 為了簡潔表達多個領先時間及門檻機率預報的表現, 本研究將各百分位的 Reliability Diagram 以 Brier Score 及 Brier Skill Score 之時序圖代替(圖五)。

(三) Calibration Score

儘管 Reliability Diagram 及 BS 可以針對某一個有興趣的事件及百分位門檻進行校正效果分析, 但是無法看出整體機率分布之校正效果, 且在評估不同預報系統的表現時, 門檻訂定的資料選擇、定義方式不一樣會造成評比上標準不一致的問題(例:某測站溫度第 85 百分位的門檻值要取 6-9 月所有溫度資料進行取樣排序訂定單一門檻, 還是每日都有一個門檻, 分別會計算出不同 Brier Score)。所以, 本研究延伸 Krzysztofowicz & Sigrest (1999) 提出的 Calibration Score (CS), 提出 Extended Calibration Score(ECS):

$$ECS = \sqrt{\frac{1}{10} [\sum_{i=1}^{10} (r_{0.1i} - 0.1i)^2]} \quad \text{Eq.(13)}$$

$r_{0.1i}$ 表示在所有樣本 N 中, 與觀測值超越 Φ 第 0.1i 百分位數量 n 的比值, 本研究之 ECS 中百分位定義為在[0.1,1.0]區間中 0.1 的倍數。與 BS 中 Reliability 項相似, 當 $r_{0.1i}$ 之量值越接近 0.1i, 代表 Φ 在此超越百分位越良好校正(well-calibrated)。而將所有百分位取 RMSE, 即反應出整個 Φ 良好校正的程度。由 Eq.(13) 可看出, ECS 值越接近 0, 其越接近良好校正。由圖六發現, 不論是最高溫還是最低溫, 經過 BPE 校正之後其 ECS 有大幅度的進步, 接近於完美校正(perfect-calibrated)。

(四) Informativeness Score

雖然上述指標可以定量描述統機率預報的表現, 但是對於非氣象及統計背景之使用者而言, 這些指標之概念相對模糊。而經濟價值(Chang et al., 2015; Richardson, 2000), 可直利用模式過去表現、成本損失概念定量描述對於使用者帶來的經濟效益。由於詳盡對系集模式進行經濟價值分析為一個非常細緻的過程, 可獨立成一篇完整研究(Chou et al., 2021), 並非本研究探討的主題, 因此我們以 Informativeness Score (IS, Krzysztofowicz, 1992, 後續簡稱 K92), 大致比較 BPE 與原始模式的潛在經濟價值:

$$IS = \left(1 + \left(\frac{\sigma}{as}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \text{ Eq.(14)}$$

IS 介於 0-1 之間，IS=0 的時候預報因子不具有訊息度(Informativeness)，而 IS=1 時為完美預報因子。K92 指出，當預報系統 A 之 IS 大於系統 B，則預報系統 A 之潛在經濟價值則也會大於預報系統 B。本研究 IS 的計算方式為每個測站暖季(冷季)，其最高溫(最低溫)產出之機率預報中位數與其真值回歸，再以 29 個測站的 IS 繪製盒狀圖。經過 BPE 校正後之 IS，在暖季最高溫的部分約有 20-35% 不等的進步，而在冷季最低溫的部分約有 2-15% 不等的進步(圖七)。

五、 總結

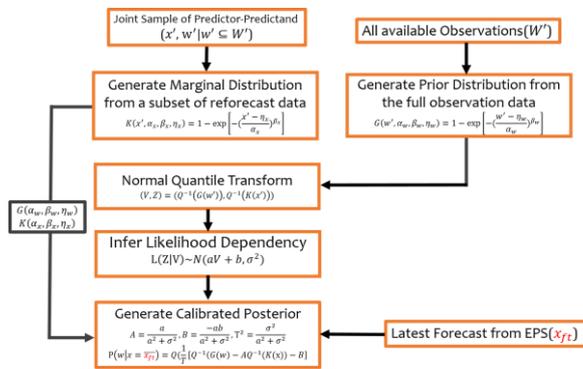
BPE 利用在地長期的氣候資訊以嚴謹的貝氏定理融合，最大化有限後預報樣本的資訊度，其主要特性為：
 (一) 可利用有限的建模樣本，得到表現良好的預報。
 (二) 在原始模式不再具有可預報度時，自動將預報機率密度函數趨近於氣候分布，提供使用者正確需要直接參考氣候分布的領先時間。

本研究利用十年後預報的短樣本，與 30 年左右之測站氣候樣本以 BPE 融合，並進行長達 20 年交叉驗證及多個機率預報校驗指標，發現 BPE 在展期極端溫度機率預報，無論是日尺度還是周尺度的機率預報，都有相當不錯的表現。值得再次強調的是，後預報雖採用 10 年的建模樣本，但是由於 NCEP-GEFSv12 每周僅產出一次第三周及第四周的系集預報，樣本數約只有日尺度資料的 1/7，即每個月建模樣本只有約 80 個左右，更能突顯 BPE 在短樣本時，穩定良好的校正性質。

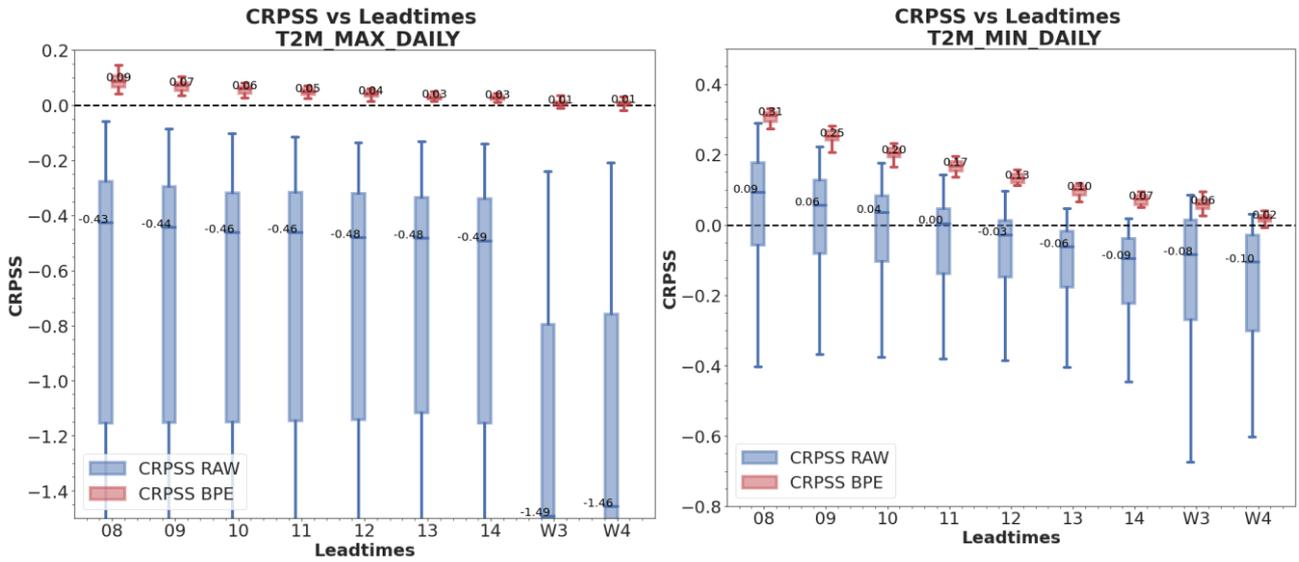
六、 參考文獻

Chang, H.-L., Yang, S.-C., Yuan, H., Lin, P.-L., & Liou, Y.-C., 2015: Analysis of the relative operating characteristic and economic value using the LAPS ensemble prediction system in Taiwan.

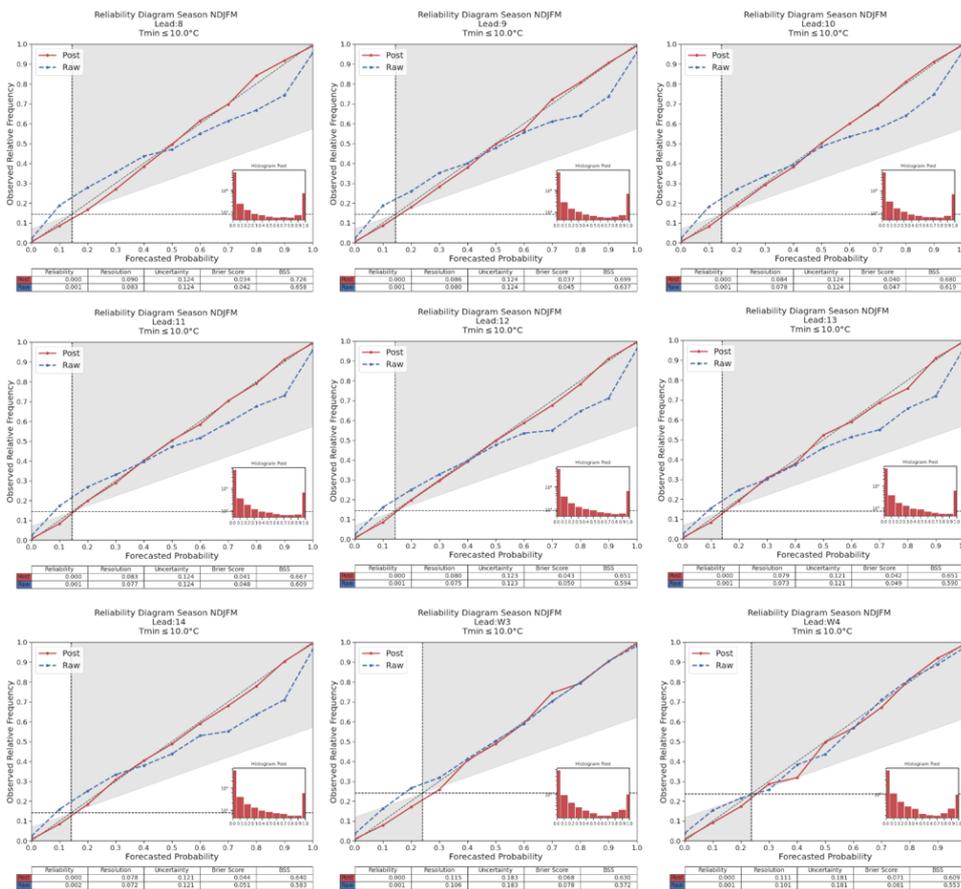
Monthly Weather Review, 143(5), 1833-1848.
 Chou, S. C., H. L. Chang, K. J. Chen, and J. S. Hong, 2021: Forecast Evaluation and Economic Value Analysis of the Probabilistic Forecasts of 100-meter Wind Speed from WRF Ensemble Prediction System over Taiwan Area. *2021 Asia Oceania Geosciences Society 18th Annual Meeting*.
 Chu, H.-Y., Chang, H.-L., Chou S.-C., Lo T.-W., Chen Y.-J., 2020: Week 3 Temperature Probabilistic Forecasts using Bayesian Processor of Ensemble. 109 年天氣分析與預報研討會，論文彙編，中央氣象局，臺灣，臺北，A3-19
 Chu, H.-Y., Chang, H.-L., Toth, Z., 2021: Extended-Range Temperature Probabilistic Forecasts Using the Bayesian Processor of Ensemble Over Taiwan. *2021 Asia Oceania Geosciences Society 18th Annual Meeting*, AS30-A013
 Hersbach, H., 2000: Decomposition of the continuous ranked probability score for ensemble prediction systems. *Weather and Forecasting*, 15(5), 559-570.
 Krzysztofowicz, R., 1992: Bayesian correlation score: A utilitarian measure of forecast skill. *Monthly Weather Review*, 120(1), 208-220.
 Krzysztofowicz, R., & Evans, W. B., 2008: Probabilistic Forecasts from the National Digital Forecast Database. *Weather and Forecasting*, 23(2), 270-289. doi:10.1175/2007waf2007029.1
 Krzysztofowicz, R., & Sigrest, A. A., 1999: Calibration of probabilistic quantitative precipitation forecasts. *Weather and Forecasting*, 14(3), 427-442.
 Richardson, D. S., 2000: Skill and relative economic value of the ECMWF ensemble prediction system. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 126(563), 649-667.
 Wang, Y., Zhang, X., & Toth, Z., 2018: Application of the Bayesian Processor of Ensemble to the Combination and Calibration of Ensemble Forecasts. *Paper presented at the International Conference On Signal And Information Processing, Networking And Computers*.



圖一、BPE 模型架構



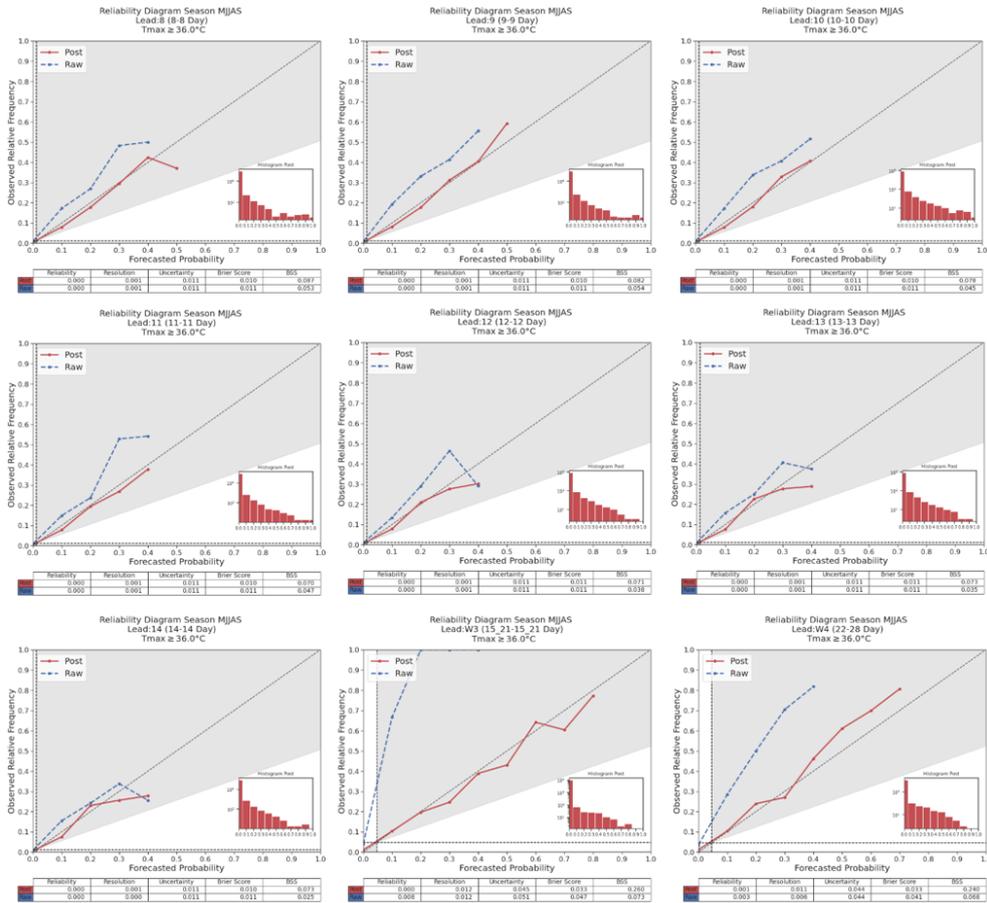
圖二、左圖:5-9月29個測站第8-14天日最高溫，及第三周周最高溫機率預報 CRPSS Tukey 盒狀圖
 右圖:11-3月29個測站第8-14天日最高溫，及第三周周最低溫機率預報 CRPSS Tukey 盒狀圖
 藍色盒狀圖為原始模式之機率預報，紅色盒狀圖為經過 BPE 校正後，黑色數字為 CRPSS 分布之中位數。夏季由於圖形大小考量，-1.5 以下的值域未繪出。



Leadtimes

Do8	Do9	D10
D11	D12	D13
D14	W3	W4

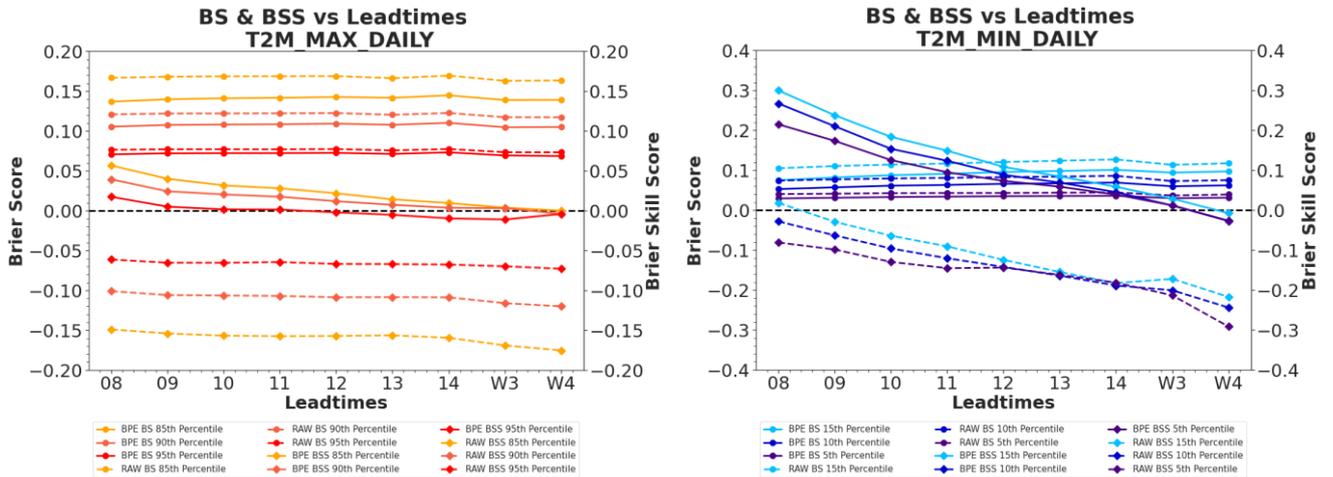
圖三、左上至右下分別為 11-3 月 29 測站第 8-14 天日最低溫 $\leq 10^{\circ}\text{C}$ 、及第三四周周最低溫 $\leq 10^{\circ}\text{C}$ 之 Reliability Diagram。藍色虛線為原始模式之機率預報，紅色實線為經由 BPE 校正過後。右側表格為子圖對應到之預報時間。



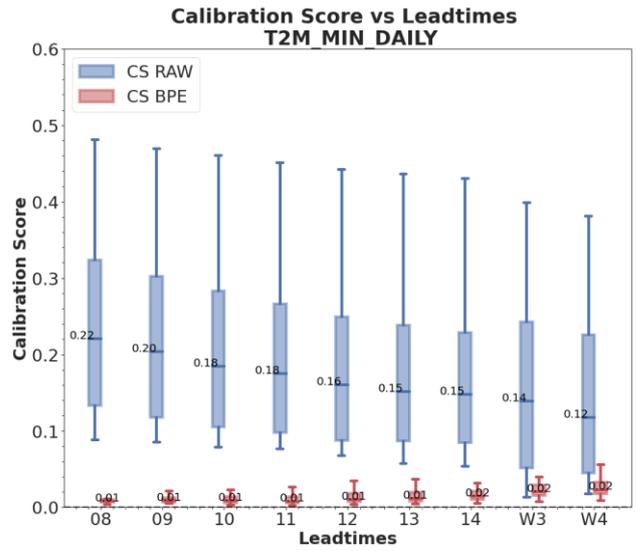
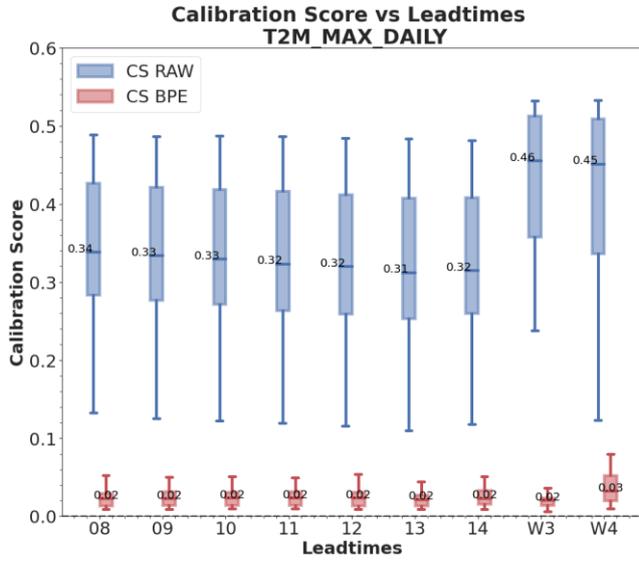
Leadtimes

Do8	Do9	D10
D11	D12	D13
D14	W3	W4

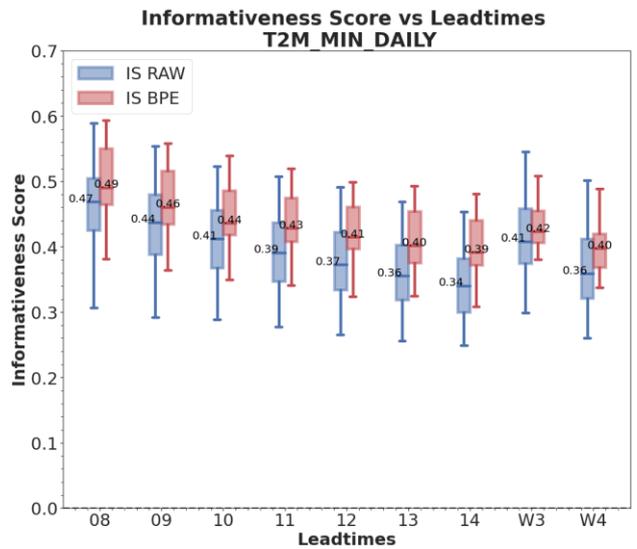
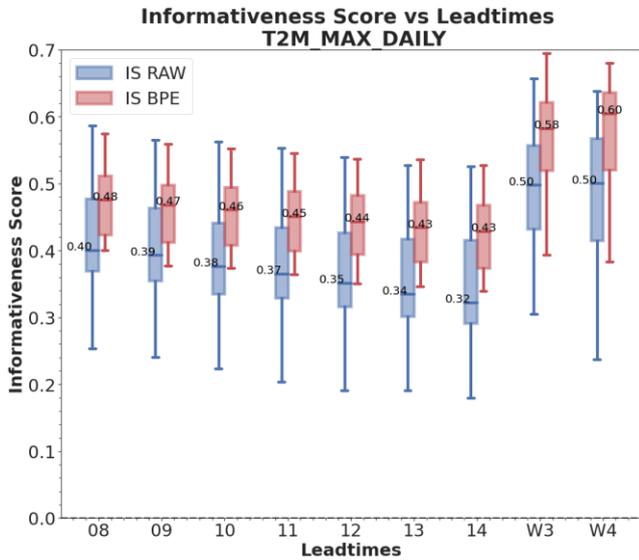
圖四、同圖三，但為 5-9 月日最高溫 $\geq 36^{\circ}\text{C}$ 、及第三四周周最高溫 $\geq 36^{\circ}\text{C}$ 之 Reliability Diagram。



圖五、左圖：5-9 月 29 個測站第 8-14 天日最高溫，及第三四周周最高溫機率預報第 85、90、95 百分位 BS 及 BSS
右圖：11-3 月 29 個測站第 8-14 天日最低溫，及第三四周周最低溫機率預報第 15、10、5 百分位 BS 及 BSS
虛線為原始模式之機率預報，實線為經過 BPE 校正後。圓圈(●)記號之折線為 BS，菱形(◆)記號之折線為 BSS。



圖六、左圖:5-9月29個測站第8-14天日最高溫,及第三四周周最高溫機率預報 CS Tukey 盒狀圖
 右圖:11-3月29個測站第8-14天日最高溫,及第三四周周最低溫機率預報 CS Tukey 盒狀圖
 藍色盒狀圖為經過原始模式之機率預報,紅色盒狀圖為經過 BPE 校正後,黑色數字為 CS 分布之中位數



圖七、左圖:5-9月29個測站第8-14天日最高溫,及第三四周周最高溫機率預報 IS Tukey 盒狀圖
 右圖:11-3月29個測站第8-14天日最高溫,及第三四周周最低溫機率預報 IS Tukey 盒狀圖
 藍色盒狀圖為經過原始模式之機率預報,紅色盒狀圖為經過 BPE 校正後,黑色數字為 IS 分布之中位數

Testing Bayesian Processor of Ensemble on Extended-Range Extreme Temperature Probabilistic Forecasts

Hsin-Yu Chu, Hui-Ling Chang, Yun-Jing Chen, Tsun-Wen Lo, Shih-Chun Chou
Meteorological Research and Development Center,
Central Weather Bureau, Taipei, Taiwan

Abstract

Bayesian Processor of Ensemble (BPE) is demonstrated in this study to generate extended-range extreme temperature probabilistic forecast at given weather stations in Taiwan. BPE is a statistical post-processing method that utilize Bayes' Theorem, consists of procedure generating a likelihood and a prior distribution through reforecast and observational data, a fusion of the two distributions to generate a posterior (the predictive distribution) once obtaining the latest ensemble forecasts. The fully Bayesian nature allows BPE to produce calibrated probability distributions when the availability of reforecasts data are limited, through utilizing the full observation set to construct an informative prior.

The structure of BPE developed in this research is based on the progress made last year in generating probabilistic forecast of weekly mean temperature for a leadtime up to 3 weeks. However, Weibull distribution is used instead of Yeo-Johnson transform to process data before transforming to normal quantiles due to the extremity characteristics of the predictand. Additionally, we now use the latest version of Ensemble Model developed by NCEP-EMC, NCEP-GEFSv12 as the base model, with the 6-hourly maximum or minimum temperature aggregated to daily maximum or minimum temperature as the predictor.

In this study, we validate the probabilistic forecasts in daily extremes between leadtimes of day 8 to day 14, and weekly extremes of leadtimes up to 3 and 4 weeks over the past 20 years. We use various benchmarks, such as continuously ranked probability skill score (CRPSS), reliability diagram, calibration score (CS) and informativeness score (IS) to assess the quality of probabilistic forecasts generated by BPE against the raw ensemble. According to our validation results, ensemble model post-processed by BPE is skilled in terms of CRPS compared to climatology at extended ranges, and exhibits good reliability under extreme quantiles (5%,10%,90%,95%) and temperature thresholds ($T_{\min} \leq 10^{\circ}\text{C}$, $T_{\max} \geq 36^{\circ}\text{C}$). The performance in cold-season low extremes is better compared to warm-season high extremes.

Keywords: Bayesian Processor of Ensemble, Ensemble Model, Extended Range Probabilistic

Forecasting, Extreme Temperature, Statistical Post-processing,