

利用單頻差分演算法研究 電離層電漿泡對 GPS 延遲量之影響

方穆祥 林建宏 林佳廷 蔡和芳
國立成功大學 地球科學系

摘 要

隨著全球導航衛星系統(global navigation satellite systems, GNSS)應用層面廣泛，改善導航定位因電離層延遲所產生的誤差愈顯重要。電離層為距離地表 50 公里至 1000 公里高度含有電漿帶電粒子的近地表太空環境，其電漿密度影響電波傳遞，造成 GNSS 電波訊號延遲。因電離層為頻散介質，電離層中的不規則體（如電漿泡）會使電波訊號產生強烈散射，進而影響接收訊號強度。電漿泡的特徵為電漿空乏區，主要於黃昏至夜間生成。對於常態的電離層延遲，一般常利用衛星雙頻觀測量的線性組合，求解出電離層電漿密度產生的延遲量。但當電漿泡事件發生時，衛星訊號通過電漿泡邊界時，因其電子密度的劇烈變化，較低頻的訊號（如 GPS 的 L2）較易受到電漿不規則體影響，訊號強度閃爍，常發生訊號失鎖(loss of lock)或週波脫落(cycle slip)，導致無法完整連續觀測其電離層電漿泡於時空上的變化。

本研究利用 GPS 單頻 L1 差分載波相位(carrier phase)與虛擬距離(pseudorange)之組合估計電離層的延遲量，嘗試觀測電離層電漿泡結構。在求解相位之周波未定值(Ambiguity)為本研究一重要之課題，應用卡爾曼濾波器(Kalman Filter)獲得粗估之一次差分周波未定值，再透過 LAMBDA(Least square AMBiguity Decorrelation Adjustment)法搜尋出最佳整數解的周波未定值，將可求出準確且連續之電離層差分延遲量。更進一步分析其在空間的梯度變化，探討電漿泡形成演化過程中在時間和空間上的影響範圍。將有助於了解於電漿泡事件中，其電離層延遲量梯度變化，對於需要基準站之差分精密定位應用造成的影響。

關鍵字：全球導航衛星系統、電離層延遲量、電漿泡、卡爾曼濾波器、LAMBDA 法

一、前言

現今以衛星觀測電離層之研究多仰賴雙頻量測 TEC 之演算法，利用年變化、季節變化、日變化去探討電離層事件，以達成研究上的重大突破，其中包含了電漿泡現象。過往研究電離層事件之電漿泡現象都利用以下兩種方法，一為雙頻演算法計算 TEC；二為大氣輝光儀(All Sky Imager)的實際拍攝。前者在遭遇電漿泡事件時，其 L2 頻段較易受不規則體影響，訊號強度閃爍，常發生訊號失鎖(loss of lock)或週波脫落(cycle slip)，導致無法完整且連續觀測電離層電漿泡於空間上的變化；後者則容易受到架設地點與天氣狀況的影響，相機必須架設在沒有光害且雲層量稀少的地方，才利於觀測電離層電漿結構。

故根據以上問題，本研究利用單頻資料，為訊號較強且不易受到電漿泡影響的 L1 訊號，並搭配卡爾曼濾波器與 LAMBDA 法之組合，分析單頻量測 TEC 之演算法，研究電離層電漿泡事件並探討定位上的修正與應用。

二、研究內容與方法

利用單頻 L1 差分載波相位(carrier phase)與虛擬距離(pseudo range)之組合估計電離層電子濃度延遲量。此方法需要求解周波未定值(Ambiguity)，因此運用卡爾曼濾波器(Kalman Filter)獲得粗估的一次差分周波未定值，再透 LAMBDA(Least square Ambiguity Decorrelation Adjustment)法搜尋出最佳整數解的週波未定值，最終獲得準確且連續的電離層電子濃度差分延遲量。

(一) 資料格式

本研究使用的資料有 GPS 觀測資料和 GPS 衛星導航檔，利用觀測資料中的載波相位 L1(carrier phase)和虛擬距離 C1(pseudorange)進行線性組合，兩個測站之各別觀測量如下：

$$\Phi_a^p = r_a^p + b_a - B^p - \delta I_a^p + \delta T_a^p + \lambda N_a^p + \varepsilon_{\phi,a}^p \quad (1)$$

$$\rho_a^p = r_a^p + b_a - B^p + \delta I_a^p + \delta T_a^p + \varepsilon_{\rho,a}^p \quad (2)$$

$$\Phi_b^p = r_b^p + b_b - B^p - \delta I_b^p + \delta T_b^p + \lambda N_b^p + \varepsilon_{\phi,b}^p \quad (3)$$

$$\rho_b^p = r_b^p + b_b - B^p + \delta I_b^p + \delta T_b^p + \varepsilon_{\rho,b}^p \quad (4)$$

其中 Φ_a^p 為 L1 相位距離，上標為衛星的編號，下標為測站的編號； ρ_a^p 為 C1 虛擬距離，上標與下標的設定如同； r_a^p 為衛星到測站的真實距離； b_a 為測站的時鐘誤差； B^p 為衛星的時鐘誤差； δI_a^p 為電離層延遲量； δT_a^p 為大氣層誤差； N_a^p 為周波未定值(Ambiguity)； λ 為波長(0.19 公尺)； $\varepsilon_{\phi,a}^p$ 為誤差。

根據[Yunck, 1993]提出的 GRoup And PHase Ionospheric Correction (GRAPHIC)，可以利用載波相位與虛擬距離的組合把電離層延遲量消除，獲得新的觀測量 L，公式如下：

$$L_a^p = \frac{\Phi_a^p + \rho_a^p}{2} \quad (5)$$

$$L_b^p = \frac{\Phi_b^p + \rho_b^p}{2} \quad (6)$$

把測站 a 與測站 b 的觀測量相減，可以獲得 single difference(SD)的載波相位與沒有電離層的組合觀測資料 L，目的是為了消除衛星的時鐘誤差，公式如下：

$$\Phi_{SD}^p = r_{SD}^p + b_{SD} - \delta I_{SD}^p + \lambda N_{SD}^p + \varepsilon_{\phi,SD}^p \quad (7)$$

$$L_{SD}^p = r_{SD}^p + b_{SD} + \frac{\lambda}{2} N_{SD}^p + \frac{\varepsilon_{\phi,SD}^p + \varepsilon_{\rho,SD}^p}{2} \quad (8)$$

將真實距離 r_{SD}^p 由右式移至左式，獲得修正過後的載波相位與沒有電離層的組合觀測資料 L，

公式如下式(9)、(10)，接著進行線性組合並用矩陣的形式來表達，如下式(11)。最終可帶入卡爾曼濾波器中，進行時間的迭代，獲得估計的電離層電子濃度延遲量。

$$\widehat{\Phi}_{SD}^p \equiv \Phi_{SD}^p - r_{SD}^p \quad (9)$$

$$= b_{SD} - \delta I_{SD}^p + \lambda N_{SD}^p + \varepsilon_{\Phi,SD}^p$$

$$\widehat{L}_{SD}^p \equiv L_{SD}^p - r_{SD}^p \quad (10)$$

$$= b_{SD} + \frac{\lambda}{2} N_{SD}^p + \frac{\varepsilon_{\Phi,SD}^p + \varepsilon_{\rho,SD}^p}{2}$$

$$\begin{bmatrix} \widehat{\Phi}_{SD}^p \\ \widehat{L}_{SD}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -I & \lambda I \\ 1 & 0 & \frac{\lambda}{2} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{SD} \\ \delta I_{SD}^p \\ N_{SD}^p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{\Phi,SD}^p \\ \frac{\varepsilon_{\Phi,SD}^p + \varepsilon_{\rho,SD}^p}{2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

(二) 卡爾曼濾波器

卡爾曼濾波器，為 R.E. Kalman 於 1960 提出 [Kalman, 1960]，為一線性濾波器，可以有效的預估線性狀態，並且在迭代的過程中不停修正，以已獲得最佳的解。卡爾曼濾波器所用來處理的典型問題包括：平滑具有雜訊的資料以及提供參數預測，其應用範圍很廣，包含：GPS 的接收器、自動駕駛等。共有五條公式，分為預測公式(12)~(14)與更新公式(15)~(16)，其公式如下：

$$\hat{x}_t^- = F_t \hat{x}_{t-1} + B_t u_t \quad (12)$$

$$P_t^- = F_t P_{t-1} F_t^T + Q \quad (13)$$

$$K_t = P_t^- H^T (H P_t^- H^T + R)^{-1} \quad (14)$$

$$\hat{x}_t = \hat{x}_t^- + K_t (z_t - H \hat{x}_t^-) \quad (15)$$

$$P_t = (I - K_t H) P_t^- \quad (16)$$

(三) 電離層物理模型

電離層當下的狀態可以由時鐘誤差、電離層延遲量、周波未定值以上三個參數來設定，如下式(17)。狀態轉移矩陣 F_k 、估計模型的誤差協方差矩陣 Q_k 的設定分別為下式(18)、(19)，其中下標的 clk 、 $iono$ 、 amb 分別表示時鐘誤差、電離層延遲量、周波未定值。

$$X_k = [b_{SD}^T \quad \delta I_{SD}^T \quad N_{SD}^T]^T \quad (17)$$

$$F_k = \begin{bmatrix} F_{clk,k} & & \\ & F_{iono,k} & \\ & & F_{amb,k} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$Q_k = \begin{bmatrix} Q_{clk,k} & & \\ & Q_{iono,k} & \\ & & Q_{amb,k} \end{bmatrix} \quad (19)$$

(四) 觀測模型

觀測模型輸入的資料來自 GPS 中的載波相位(Carrier Phase)與虛擬距離(pseudorange)，我們讀取 RINEX 格式的 O 檔，提取我們所要使用的 L1 和 C1 資料，並利用其線性組合，獲得以下的方程式(20)。

$$\begin{bmatrix} \widehat{\Phi}_{SD}^p \\ \widehat{L}_{SD}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -I & \lambda I \\ 1 & 0 & \frac{\lambda}{2} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{SD} \\ \delta I_{SD}^p \\ N_{SD}^p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{\Phi,SD}^p \\ \frac{\varepsilon_{\Phi,SD}^p + \varepsilon_{\rho,SD}^p}{2} \end{bmatrix} \quad (20)$$

(五) LAMBDA 法

西元 1995 年由 Teunissen 教授提出 [Teunissen, 1994]，利用最小平方法的方式，搜索 Ambiguity 的整數解。然而在進行 LAMBDA 之前，必須先將卡爾曼濾波器初估的 Ambiguity 進行 2 次差分，此目的是為了消除測站之間的時鐘誤差，公式如下式(21)、(22)、(23)，其中 D 為 2 次差分矩陣，Ambiguity 的下標 DD 的用來表示 2 次差分的結果。

$$\widehat{N}_{DD} = D \widehat{N}_{SD} \quad (21)$$

$$P_{\widehat{N}_{DD}} = D P_{\widehat{N}_{SD}} D^T \quad (22)$$

$$D \equiv \begin{bmatrix} -1 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ -1 & & & 1 \end{bmatrix}_{(n-1) \times n} \quad (23)$$

$$\widetilde{N}_{DD} = \underset{N_{DD}}{\operatorname{argmin}} (\widehat{N}_{DD} - N_{DD})^T P_{\widehat{N}_{DD}}^{-1} (\widehat{N}_{DD} - N_{DD}) \quad (24)$$

上式(24)為對卡爾曼濾波器求解出來的 Ambiguity 進行最小平方法求解。然而此時周波未定值的誤差協方差矩陣 $P_{\widehat{N}_{DD}}^{-1}$ 並不是一個對角化的矩陣，在進行最小平方法的運算時，不利於收斂，導致無法搜索出最佳的整數解。於是利用 LAMBDA 中的轉移矩陣 Z ，對原本的周波未定值與周波未定值的誤差協方差矩陣進行轉換，如下式(25)、(26)。

$$\hat{z} = Z^T \hat{N}_{DD} \quad (25)$$

$$P_z = Z^T P_{\hat{N}_{DD}} Z \quad (26)$$

獲得對角化的矩陣後，接著利用最小平方法的搜索，獲得整數的 \hat{z} ，並且把 \hat{z} 帶入式(28)，獲得整數解的 Ambiguity。

$$\hat{z} = \operatorname{argmin}(\hat{z} - z)^T P_z^{-1}(\hat{z} - z) \quad (27)$$

$$\tilde{N}_{DD} = Z^{-T} \hat{z} \quad (28)$$

獲得整數解的周波未定值，將其帶入電離層電子濃度差值的修正公式，下式(29)，獲得最終的電離層電子濃度差值。

$$\delta I_{SD} = \delta \hat{I}_{SD} - P_{i\tilde{N}} P_{\tilde{N}}^{-1}(\tilde{N}_{DD} - \tilde{N}_{DD}) \quad (29)$$

三、 結果與討論

本研究利用單頻演算法計算兩個測站之間的電離層電子濃度差值，藉此觀測電漿泡事件發生時，電漿泡對 GPS 訊號與電離層空間尺度上的影響。2015 年 3 月 14 號為電漿泡發生的事件天，圖 1 為當天臺灣地區 GPS 測站分布圖，共有 119 個接收站。

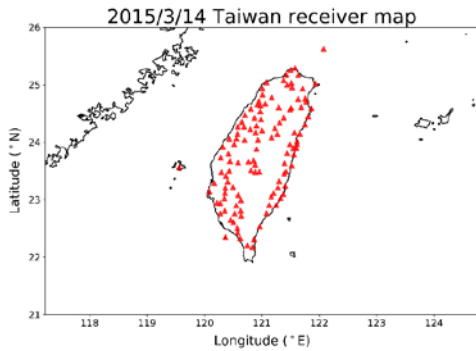


圖 1 臺灣測站分布圖

首先利用成功大學(NCKU)與阿公店水庫(AKND)兩個測站進行單頻演算法的初步測試，如下圖 2 所示。兩個測站間的基線長度為 17 公里，進行梯度分析後，在 1100 UT 至 1300 UT 其

最大的電離層延遲量差值梯度可來到每公里負 160 公厘；1300 UT 至 1600 UT 則平均差值梯度每公里正負 80 公厘。

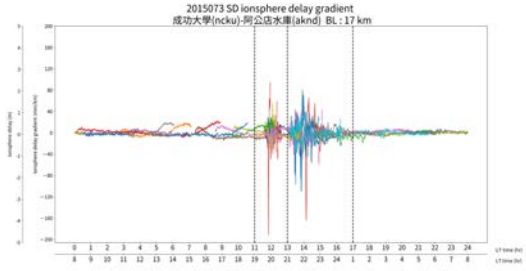


圖 2 單頻電離層延遲量之梯度分析 (NCKU-AKND)

本研究大致劃分 2015 年 3 月 14 日當天的時間軸，分為「電漿泡事件前」(0000 UT ~ 1100 UT)、「電漿泡事件 1」(1100 UT ~ 1300 UT)、「電漿泡事件 2」(1300 UT ~ 1700 UT)、「電漿泡事件後」(1700 UT ~ 2400 UT)，並在後續展示單頻演算法研究電漿泡事件的結果。

(一) 單頻與雙頻演算法結果比較

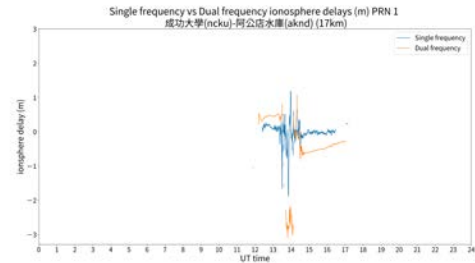


圖 3 電漿泡事件 2 分析-PRN1

圖 3 為 2015 年 3 月 14 日同顆衛星計算單頻與雙頻量測電離層延遲量差值的比較圖。使用的衛星為 GPS 1 號衛星(PRN1)，藍色線為單頻演算法的結果，橘色線為雙頻演算法的結果。此顆衛星完整接收到了電漿泡事件 1300 UT ~ 1500 UT 的資料。事件期間，單頻與雙頻的結果都呈現了劇烈擾動，但單頻相較於雙頻，資料數據並沒有斷掉的情況發生，可以完整且連續的紀錄電漿泡事件發生期間電離層延遲量差值，且單頻演算

法在求解電離層延遲量差值的絕對值結果比雙頻解算的差值精準許多，其原因為雙頻在解算延遲量時，會有 Differential Code Biases (DCB) [Sardon et al., 1994]問題的存在。DCB 為 GPS 訊號中載波相位所存在的誤差，不同頻率的波段會有不同的 DCB，當 L1 與 L2 進行雙頻組合時，DCB 的誤差就會疊加，導致分析兩個測站之間的電離層延遲量差值時，其差值就會比單頻演算法來的不準確。

(二) 臺灣電離層延遲量差值示意圖

利用單頻演算法可以獲得兩個測站之間的電離層延遲量差值，本小節以其中一個接收站為基準，向外擴展至臺灣所有的測站，經過單頻演算法的計算後，即可獲得基準站與所有測站之間的電離層延遲量差值，接著將獲得的差值投影在臺灣地圖上，以利於研究電漿泡事件期間，電漿泡對臺灣空間尺度上的影響。

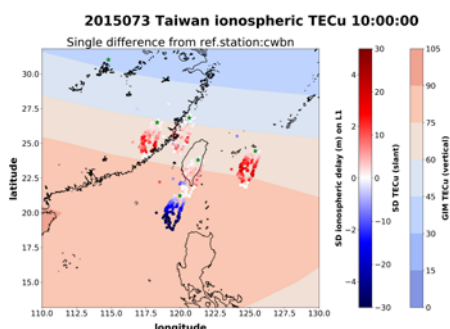


圖 4 臺灣電離層延遲量差值示意圖
電漿泡事件前 基準站:中央氣象局

圖 4 所示為電漿泡事件前，臺灣電離層延遲量差值結果，圖片背景為利用 GIM 資料進行 EIA 全球尺度的作圖，圖中綠色星星的標誌為基準站(臺灣北部的中央氣象局測站)，圖中的打點用來表示該測站與基準站之電離層延遲量差值，右側的 Color bar 分別表示電離層延遲量差值的數值(單位:公尺)、GIM 背景電離層電子濃度的數值(單位:TECu)。單頻演算法的計算方法為觀測站的電離層延遲量減去基準站的電離層延遲量，當

觀測站的電離層延遲量較大時，圖中顯示的差值會呈現紅色打點；當觀測站的電離層延遲量較小時，圖中顯示的差值會呈現藍色打點。圖 4 顯示，在電漿泡事件前，緯度較高的四顆衛星的電離層延遲量差值的投影都呈現臺灣南部較紅的趨勢，其原因為南部受到背景 EIA 的影響，背景的電離層延遲量較大，然而最南的衛星電離層延遲量差值投影卻呈現數值較小的藍色，其原因為赤道異常峰所造成的現象。

圖 5 為測站與衛星之間幾何距離投影在 X 平面的示意圖，Basemap 為緯度 0 度至 50 度、經度 100 度至 150 度的亞洲地圖投影。本圖帶入 IRI-2016[Bilitza et al., 2016]模擬電離層電子濃度分布的結果並投影在距地表 300 公里高的位置，圖中左側為單一測站對多顆衛星連線的結果，顯示出單一測站對不同顆衛星的幾何連線會因為衛星所在的方位而不同，如果幾何連線穿越電離層電子濃度較大的區域，利用單頻演算法計算出來的電離層電子濃度也會較大，反之亦然；圖中右側為不同測站對同一顆衛星幾何連線的結果，顯示出了，儘管對相同衛星進行連線，但依舊會受到地表不同測站距離的影響，導致有些測站與衛星的連線可能會穿過赤道異常峰。

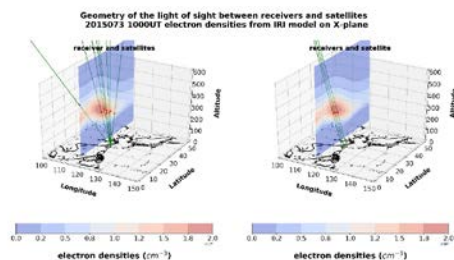


圖 5 1000 UT 衛星測站幾何連線示意圖

圖 6 為事件天發生的第二個電漿泡事件，從圖中可以明確的觀測到樹枝狀結構的電漿泡由南向北蔓延生長，影響整個臺灣。圖中被白點包覆的藍點區域就是電漿泡影響臺灣上空空間梯度的最佳證據。圖 7 也顯示了臺灣上空已經脫

離了 EIA 的影響。

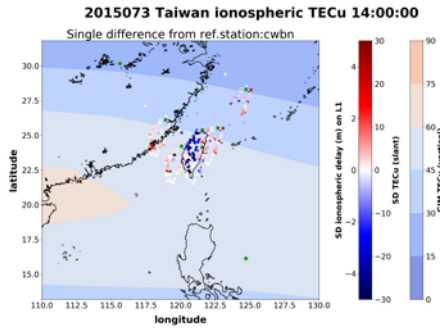


圖 6 臺灣電離層延遲量差值示意圖
電漿泡事件二 基準站:中央氣象局

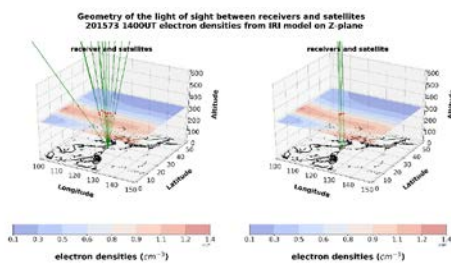


圖 7 1400 UT 衛星測站幾何連線示意圖

四、 結論

本研究利用單頻演算法去分析研究重大電離層事件-電漿泡對臺灣上空電離層電子濃度分布的影響，使用基站與觀測站相減的手法求得兩站之間的差值，進而去比較基線長度對單頻演算法是否有影響，接著比較臺灣不同方向的基線長度對差值擾動影響劇烈程度，最後比較事件天與寧靜天的不同，統整以上研究，可以獲得以下結論：

1. 過去利用雙頻演算法計算電離層全電子含量，遇到電漿泡事件時，L2 訊號容易失鎖，導致無法計算出當下的電離層電子濃度，只能利用大氣輝光儀的拍攝或 ROTI 的運算去觀測電漿泡對空間尺度上的影響，然而利用本研究的單頻演算法，全程使用訊號強度較強的 L1 訊號，可以有效的避免 L2 訊號

失鎖的問題。在計算電離層電子濃度差值時，可以獲得連續的資料點，以利於我們研究電漿泡事件對空間尺度上的影響。

2. 利用統一基準站對全臺灣其他測站進行單頻演算法，獲得的電離層電子濃度差值可以投影在臺灣的地圖上，有效的展現電漿泡的生長過程與電漿泡對臺灣地區空間尺度上的影響。

參考文獻

- Klobuchar, J. (1987), Ionospheric Time-Delay Algorithms for Single-Frequency GPS Users, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems (3), pp. 325-331.
- Teunissen, P.J.G. (1993), Least-squares estimation of the integer GPS ambiguities, LGR series no 6. Delft Geodetic Computing Centre.
- Sardón, E., Rius, A., and Zarraoa, N. (1994), Estimation of the transmitter and receiver differential biases and the ionospheric total electron content from Global Positioning System observations, Radio Sci., 29(3), 577– 586, doi:10.1029/94RS00449.
- Teunissen PJG (1995), The Least-Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment: A Method for Fast GPS Integer Ambiguity Estimation, Journal of Geodesy, Vol. 70, 65-82.
- Pi, X., A. J. Mannucci, U. J. Lindqwister, and C. M. Ho (1997), Monitoring of Global Ionospheric Irregularities Using the Worldwide GPS Network, Geophys. Res. Lett. 24, 2283–2286.
- Takasu, T., and A.Yasuda (2018), RTKLIB: An open source program package for GNSS positioning, Available from: <http://www.rtklib.com>

- Kelley, M. C. (2009), *The Earth's Ionosphere Plasma Physics and Electrodynamics*, 2nd Edition, Boston.
- Fujita S, Yoshihara T and Saito S (2010), Determination of Ionosphere Gradient in Short Baselines by Using Single Frequency Measurements, *Journal of Aeronautics, Astronautics and Aviation, Series A*, Vol. 42, No. 4, 269-275.
- Tomoji Takasu, Akio Yasuda (2010), Kalman-Filter-Based Integer Ambiguity Resolution Strategy for Long-Baseline RTK with Ionosphere and Troposphere Estimation, Tokyo University of Marine Science and Technology, Japan.
- Michael J. Dunn (2013), *IS-GPS-200H Global Positioning Systems Directorate Systems Engineering & Integration: Interface Specification IS-GPS-200 Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interfaces*.
- Jacobsen, K. S., (2014), The impact of different sampling rates and calculation time intervals on ROTI values, *J Sp Weather Sp Clim* 4:A33. doi:10.1051/swsc/2014031
- Bilitza, D., Altadill, D., Truhlik, V., Shubin, V., Galkin, I., Reinisch, B., and Huang, X. (2017), International Reference Ionosphere 2016: From ionospheric climate to real-time weather predictions, *Space Weather*, 15, 418– 429, doi:10.1002/2016SW001593.
- Rajesh, P. K., C. H. Lin, C. H. Chen, J. T. Lin, T. Matsuo, M. Y. Chou, W. H. Chen, M. T. Chang and C. F. You (2017), Equatorial plasma bubble generation/inhibition during 2015 St. Patrick's Day storm, *Space Weather*, 15, doi:10.1002/2017SW001641
- 蔡和芳(1999), 全球定位系統觀測電離層赤道異常之研究, 國立中央大學太空科學研究所博士論文