

不同方法建構的雙偏極化雷達觀測算符於總體微物理參數法之評估

Evaluation of Different Polarimetric Radar Observation Operators in Bulk Microphysical Parameterizations

江琇瑛^{1,2}、洪景山¹、張保亮¹、周仲島²

中央氣象局 氣象資訊中心¹
國立臺灣大學大氣科學研究所²

摘要

雙偏極化雷達觀測可助於了解水象粒子特徵以協助探究其天氣系統微物理過程，同時，也可以幫助濾除非氣象回波，改善資料品質控管，進而精進定量降水估計能力。不僅於此，也可應用於模式預報校驗，以及資料同化使提升模式初始場對於劇烈天氣的掌握。茲此，雙偏極化雷達觀測算符將扮演重要角色，該如何依據模式的相關變數轉換為ZDR與KDP等觀測變數。過去研究基於電磁波散射原理提出多項方法，在本研究中，將對主要兩種方法所建構的雙偏極化雷達觀測算符進行研究。其一方法為散射強度以水象粒子粒徑的幕律函數表示，該方法可在Gamma粒徑分布獲得解析解；另一者則函數較為複雜，需要透由數值積分求得雙偏極化雷達觀測變數，但不同因素可被考慮其中，例如雷達波長、水象粒子密度等。本研究將會在單矩量、雙矩量和三矩量總體微物理參數法進行評估，藉以掌握這兩者觀測算符在不同微物理參數法應用中需面臨的局限。

關鍵字：雙偏極化雷達、觀測算符、微物理參數法

一、前言

雙偏極化雷達觀測相對於傳統都卜勒雷達，其觀測變數除了傳統的雷達回波與徑向風，還包括差異反射率 (differential reflectivity; ZDR)、比差異相位差 (specific differential phase; KDP) 等觀測變數，可進階協助了解水象粒子特徵 (雨滴或冰雹粒子的大小、形狀等) 和區分水象粒子類型 (冰晶、雪花、雹、大小雨滴等)，提升劇烈天氣監測與辨識能力，同時也可改善雷達資料品質控管的能力以提高雷達定量降水估計的準確度。近年雙偏極化雷達觀測也邁向數值模式之應用，除預報校驗，使用 ZDR 和 KDP 雙偏極化雷達觀測進行資料同化，也將補助傳統回波觀測，精進模式初始場對於對流系統之掌握，提升模式定量降水表現 (Carlin et al. 2017, Putnam et al. 2019)。不過在模式應用中，模式變數與雙偏極化雷達觀測變數之間，需要有一合宜的轉換方法。

早期主要透由反演法，由 ZDR 和 KDP 觀測轉換為雨水混合比等模式變數 (Ulbrich and Atlas 1984; Ryzhkov and Zrnicek 1995)。該方法雖容易，但卻極度依賴觀測統計結果，對於不同季節、不同類型等之天氣系統皆可造就不同的經驗式，其不確

定性高，準確度相對低，尤其在冰相水象粒子方面。另一者方法則是將模式的輸出變數推導出雙偏極化雷達觀測變數，該方法稱為觀測算符 (observation operator) 或稱模擬器 (simulator)，其基礎主要建立於電磁波散射原理，由水象粒子粒徑分布與散射強度共同主導雙偏極化雷達觀測變數的計算，其中散射強度可源於電磁散射模式 (如 T-matrix)。雖然雙偏極化雷達觀測算符的研發相對於反演法複雜許多，不過較能夠掌控此方法在不同面向的表現。許多研究也已配合雙偏極化雷達觀測算符，用以校驗模式微物理參數法對於不同降水系統的預報表現 (Putnam et al. 2017)。

只是，為能使雙偏極化觀測算符運用於資料同化中，需進一步考慮不同資料同化方法的需求，其中，主要的資料同化方法為三維/四維變分法與系集資料同化。故因應變分法與系集資料同化，本研究分別探索兩種雙偏極化觀測算符。其一方法的散射振幅函數是擷取 T-matrix 模式中相關的雷氏散射近似特性設定之 (Ryzhkov et al. 2011)，此方法無法運用於變分法資料同化，只能於系集資料同化方法中；另一者方法在系集與變分資料同化皆可應用，此方法原理是將 T-matrix 模式所計算出的散射振幅以水象粒子之粒徑的幕律函數表示 (Jung et

al. 2008a ; Kawabata et al. 2018)。關於這兩者方法的詳細內容將於下章節說明。

為能對這兩者方法所建構之雙偏極化觀測算符有一定程度的瞭解，本研究將會在單矩量、雙矩量和三矩量總體微物理參數法進行比較與分析，探討這兩者觀測算符所計算出的雙偏極化雷達觀測變數之表現與差異，藉以掌握在不同微物理參數法中需面臨的局限，以為資料同化奠定基礎。

二、雙偏極化雷達觀測算符簡介

以電磁波散射原理為基礎的偏極化雷達觀測算符，公式可表示如下 (Fukao et al. 2014)，在式中， $f_{H,V}^{(0)}, f_{H,V}^{(\pi)}$ 分別為前向 (forward) 和背向 (backward) 散射振幅大小，表示散射強度，下標 H 和 V 分別代表水平向和垂直方向； λ 則代表雷達波長， K_w 為水的介電因子 (dielectric factor)， $N(D)$ 為粒徑分布。由公式中顯示，影響雙偏極化雷達觀測變數之運算，其一為空間中的水象粒子粒徑分布，另一者則與水象粒子電磁波散射振幅特性，由這兩項主導之。

$$\begin{aligned} Z_{HH} &= \frac{4\lambda^4}{\pi^4 |K_w|^2} \int N(D) |f_H^{(\pi)}|^2 dD \left(\frac{mm^6}{m^3} \right) \\ Z_{VV} &= \frac{4\lambda^4}{\pi^4 |K_w|^2} \int N(D) |f_V^{(\pi)}|^2 dD \left(\frac{mm^6}{m^3} \right) \\ Z_{DR} &= 10 \log \left(\frac{Z_{HH}}{Z_{VV}} \right) \text{ (dB)} \\ K_{DP} &= \frac{180\lambda}{\pi} \int N(D) \text{Re} [f_H^{(0)} - f_V^{(0)}] dD \end{aligned} \quad (1)$$

為能在即時預報校驗或資料同化應用上，快速獲取電磁波散射振幅值，取用 Ryzhkov et al. (2011) 方法，為根據 T-matrix 模式，將電磁波散射振幅特性簡化為雷氏散射近似特性，以粒徑大小 (D)、雷達波長 (λ)、水平/垂直形狀參數 ($L_{H,V}$) 及介電常數 (dielectric constant; ϵ) 作為影響散射振幅的控制參數，公式如下所式：

$$f_{H,V}^{(0)} = f_{H,V}^{(\pi)} = \frac{\pi^2 D^3}{6\lambda^2} \frac{1}{L_{H,V}(\phi_x) + \frac{1}{\epsilon(T, \rho_x) - 1}} \quad (2)$$

將 (2) 式用於 (1) 式，經數值積分計算即可得出回波、ZDR 和 KDP 的變數值。在 (2) 中，形狀參數與水象粒子軸比 (ϕ_x) 有關；而介電常數則為溫度 (T) 與水象粒子密度 (ρ_x) 的函數，故此，模式微物理參數法除了在粒徑分布設定方面影響回波、ZDR 與 KDP 的計算，同時，水象粒子密度設定方面也佔有一席之地。Ryzhkov et al. (2011) 指出該方法可與 T-matrix 模式結果表現相當。

不幸地，由於 (2) 式需要對粒徑大小進行積分計算才可求得雙偏極化雷達觀測變數，故此方法無法運用於變分法資料同化中，只能於系集資料同化，因為變分法資料同化需要配合相對應的切線 (tangent) 與伴隨 (adjoint) 模式。

Jung et al. (2008a) 提出將散射振幅擬合為一幕律函數的參數式，將影響振幅強度的各種因子預先給定，例如固定雷達波長大小、水象粒子密度和形狀等資訊，配合 T-matrix 模式計算出散射散度，再依所得到的散射振幅值對粒徑大小 (D) 進行參數化。方程式如 (3) 式所示，其中 $a_{H,V}$ 與 $b_{H,V}$ 為參數化後所得到的固定值。該公式配合總體微物理參數法之 Gamma 粒徑分布，可獲得解析解並可求得變分法資料同化中的切線與伴隨模式 (Kawabata et al. 2018, Wang and Liu 2019)，以直接同化回波、ZDR 與 KDP 觀測。關於解析解公式，以水平回波為例，(1) 式可進階變為 (4) 式，其中 N_T 為總密度濃度、 μ 和 Λ 分別為譜型 (spectral shape) 和斜率 (slope rate) 參數，當 μ 為 0 時，即為 Marshall-Palmer 分布。

$$f_{H,V}^{(0)} = f_{H,V}^{(\pi)} = a_{H,V} D^{b_{H,V}} \quad (3)$$

$$Z_{HH} = \frac{(\alpha_{HH})^2}{9|K_w|^2} N_T \frac{\Gamma(2\beta_{HH} + \mu + 1)}{\Gamma(\mu + 1)} \frac{1}{\Lambda^{2\beta_{HH}}} \quad (4)$$

總合以上所述，Jung et al. (2008a) 在散射振幅大小設定方面，相當於 Ryzhkov et al. (2011) 方法的簡化，是以某固定值的雷達波長、水象粒子密度和形狀等散射條件進行參數式的擬合，也因如此，在模式的運用上將會受到限制，例如不同波段雷達 (S-band 或 C-band) 需配合不同的參數式，然而，是否有它因素影響之，也為本研究需進一步探討以待釐清。

三、實驗設計

在本研究中，首先將針對影響散射強度的因子，進行簡單的敏感度測試，先了解各種因子對於雙極化雷達變數計算之作用，接續再將 (3) 式參數法與 (2) 式所建立的電磁波散射強度計算方法進行比對，評估 (3) 式散射強度參數法在模式應用上可能的局限。其中，影響散射強度的因子主要為溫度、水象粒子密度、軸比粒徑關係式以及擺盪程度 (傾斜角標準差)。

在模式個案設計方面，本研究選取 2019 年 5 月 20 日鋒面個案，分別配合單矩量 Goddard (簡稱 GCE) 和雙矩量 Morrison (簡稱 MORR) 微物理參數法的 3 小時預報場，進行 (2) (3) 式所建

構之雙偏極化觀測算符的比較與分析，除此之外，同時也選取 Tasi and Chen (2020) 所發展之三矩量微物理參數法（簡稱 NTU3）進行相關的實驗。另外在本研究中，只單就雙偏極化觀測算符的差異特性探討之。

四、結果

(一) 散射強度影響因子之敏感度測試

由第二章節中已知，影響散射強度的因子主要有溫度、水象密度、軸比粒徑關係式以及擺盪程度，其中前兩項主要影響介電常數的大小。經由簡單的敏感度測試之結果顯示，

- 溫度對於雙極化雷達變數計算的影響程度為四者因子最小，回波的差異不到 0.1%，而 ZDR 與 KDP 則最大差異也約只有 1%。
- 在水象粒子密度設定方面，結果顯示水象粒子的密度愈大時，回波值將愈大，換句話說，冰雹的密度最大其回波強度最顯著，反之，雪的密度最小則回波強度將最弱。除了回波，對於 ZDR 與 KDP 的影響也將隨著冰相粒子密度的增加而增加，尤其當粒子軸比愈小時，即粒子愈呈扁平狀時，各個冰相粒子密度之間所計算出的 ZDR 與 KDP 差異愈為顯著，例如軸比為 0.8 時，不同冰相粒子密度的 ZDR 範圍在 0.1~1 dB 之間，但是當軸比減小為 0.6 時，ZDR 範圍變為 0.2~2.2 dB 之間，其 ZDR 變異性為增加。推測是因其密度變大時，散射振幅強度也將增強，使得水平與垂直之間的散射強度差異被突顯出來，讓不同軸比之間的 ZDR 變異性更加敏感。由此結果更加說明模式微物理參數法的粒子密度設定，對於回波、ZDR 與 KDP 計算時之重要性。
- 水象粒子軸比對於回波值的計算幾乎無影響，但對 ZDR 與 KDP 則非常明顯。由於 ZDR 為水平回波與垂直回波的比值，KDP 則來自水平相位和垂直相位的差異，皆與水象粒子的扁平程度有密切關聯，故水象粒子軸比主要對 ZDR 與 KDP 扮演重要作用，尤其是 ZDR，與水象粒子形狀最具有密切關聯。過去許多研究紛紛透由觀測統計出雨水、雪、軟/冰雹等之軸比粒徑關係式 (Zhang et al. 2001, Brandes et al. 2002, Straka et al. 2000)，以應用雙偏極化雷達觀測變數的計算。
- 關於水象粒子擺盪現象的描述，由傾斜角標準差設定主導擺盪現象表現，經敏感度測試顯示，其標準差值愈大時，ZDR 與 KDP 值將愈小，其中又以 ZDR 的改變最為顯著，而

回波近乎無變化。上述與軸比敏感度測試結果一致，也就是說，當傾斜角標準差愈大時，表示粒子擺盪愈顯著，雷達所看到的形狀將會偏向球體，導致傾斜角標準差愈大時，所計算出的 ZDR 與 KDP 值將減小，與形狀資訊概念雷同。

關於以上溫度、水象粒子密度及軸比對於模式計算回波、ZDR 與 KDP 的影響程度則彙整為表 1。

這四者影響因子直接與微物理參數法有關的為水象粒子密度與軸比，主要在冰相方面需特別注意，不同微物理參數法之間所給定的雪、軟雹與冰雹密度設定會有所差異，而少部分微物理參數法則會給定冰相粒子的軸比資訊。總而言之，除了不同雷達波長需配合對應的散射振幅參數式，水象粒子密度及軸比方面也將如此。

(二) 散射強度參數化之誤差特性分析

依前述測試已知各影響因子對於散射強度計算的敏感度，其水象粒子密度、軸比和傾斜角標準差皆將影響回波、ZDR 與 KDP 的計算。本研究以總體微物理參數法為主探究 (2) (3) 式雙偏極化觀測算符的差異，由於軸比與傾斜角標準差大部份無涉及於總體微物理參數法中，故對這兩者給定相同的設定值進行測試。散射振幅參數式方面選取 Jung et al. (2008a) 進行比對，故 (2) 式的散射強度公式將配合其相同的雷達波長 (S-band, 10.7 公分)，以及雨水、雪、軟/冰雹之軸比設定，在無考慮包水象粒子擺盪現象的情形下進行實驗測試與分析。關於 (2) 式的實驗其簡稱為“CTL”，(3) 式參數法的相關實驗則稱為“EXP”。

1 雨水方面

在鋒面個案的結果顯示，GCE、MORR 及 NTU3 微物理參數法分別使用 CTL 與 EXP 方法所建構的雙偏極化雷達觀測算符，其三者所計算出的回波幾乎相同。不過，對於 ZDR 與 KDP 方面卻有顯著的差異，分別如圖 1 和圖 2 所示。與觀測結果定性相比，EXP 實驗所計算出的 ZDR 與 KDP 皆比 CTL 實驗為大，尤其是 ZDR，幾乎有一倍之差，此差異性幾乎高於各微物理參數法之間的模式預報誤差特性。除此之外，圖 1 中也顯示 EXP 實驗在雨帶外圍產生負值的 ZDR，主要發生在模式非常小值的雨水混合比區域。

圖 1 中 EXP 實驗產生大值的 ZDR 情形不是只單針對某一項微物理參數法，而是全部微物理參數法皆有，意味著此差異可能並非來自微物理參數法本身，而是由外在因素所形成。對於此，排除微物理參數法之介入，本研究直接給定不同 Gamma 粒徑分布設定，包括不同雨水混合比值、總數量密

度濃度以及譜型參數 (μ , spectral shape), 進行回波等變數之計算, 探討 CTL 與 EXP 兩者之間的差別, 其結果如圖 3 所示。在回波結果中 (圖 3a), 同樣地 CTL 和 EXP 實驗的結果為雷同。ZDR 表現則分為三部分 (圖 3b), 其一為 EXP 實驗在小值 ZDR 區域會計算出負值的 ZDR; 其二於 0.5-4.0 dB 區間, EXP 實驗的 ZDR 明顯比 CTL 實驗為大; 其三為當 ZDR 大於 4.0 dB 時, EXP 實驗則相對較小。前二部分情形在圖 1 中明顯被呈現, 而第三部分因鋒面個案沒有超過 4 dBZ, 故此情形在圖 1 中沒有被顯現出。KDP 結果 (圖 3c) 同樣顯示 EXP 實驗皆比 CTL 實驗為大, 並且當 CTL 實驗的 KDP 愈大時, 兩者實驗差異將愈顯著, 此在圖 2 也有相同的表現。

由圖 1-3 之間的結果指出, EXP 與 CTL 方法的差異非源於微物理參數法, 可能在散射振幅函數本身, 故回到最原始的散射振幅表現進行分析, 其結果如圖 4。首先由圖 4ab 中顯示, 此兩者方法於不同粒徑大小之水平和垂直散射振幅大小近乎相當, 在粒徑 6 mm 以下的差異性最大只為 10%。圖 4c 係將圖 4ab 中的散射振幅取對數並進行相減, 目的是要對應於 ZDR。圖 4c 表現幾乎雷同於圖 3b, 也可分為三部分, 首先粒徑小於 0.5 mm 時其 EXP 實驗之 ZDR 會得到負值; 其次 0.5-6 mm 區間則是 EXP 實驗的 ZDR 相對偏大, 兩者差異可達 80%; 第三為當粒徑 6 mm 以上時, 轉為 CTL 實驗之 ZDR 值較高。

依圖 4 的表現, 本研究再次針對圖 1 鋒面個案進行平均粒徑分布的分析。在較大值之雨水混合比區域, 其平均粒徑主要落於 1-2 mm 之間 (未圖示), 該結果對應於圖 4c 中第二部分, 為 EXP 實驗會產生大值 ZDR, 與圖 1 結果相符。另外, 在非常小值的雨水混合比區域, 其平均粒徑皆小於 0.5 mm, 該結果對應於圖 4c 中第一部分, 也說明出為何圖 1 的 EXP 實驗在雨帶外圍有負值 ZDR 的分布。

圖 5 為水平與垂直散射振幅之差異值於不同粒徑大小的表現, 用於 KDP 之計算, 圖中顯示, 隨著粒徑愈大時, CTL 與 EXP 兩者之間方法的差異將逐漸愈明顯, 其差異可達 40%, 若配合高粒子數量濃度, 其差異可能將進一步被突顯出來, 如圖 2 和圖 3c 所示。EXP 方法中之參數式為取用水平垂直兩者散射振幅的差異值進行幕律函數參數式之擬合, 同樣也會因擬合時的誤差, 進而產生 EXP 與 CTL 兩者方法產生差異。

總而言之, CTL 和 EXP 方法主要差異並非於散射強度原理方程以及微物理參數法, 而是在進行散射強度參數化時, 其擬合所產生的誤差所造成。

單獨比較水平和垂直散射振幅看似擬合結果與 T-matrix 模式相當, 只有些微差異, 但這些小差異在進行 ZDR 與 KDP 之計算將會被放大出來, 可能將產生不合理的結果, 如圖 1c, 故對於水平和垂直散射振幅值的擬合結果, 需進一步探究這兩者誤差可能對 ZDR 與 KDP 的影響。

2 冰相粒子方面

圖 6 為 GCE、MORR 和 NTU3 微物理參數法所計算之回波內插於五分山雷達 5.1 度仰角之 PPI 面上結果, 結果顯示, CTL 與 EXP 方法於 GCE 和 MORR 微物理參數法中的雷達分布為相同; 唯獨 NTU3 的結果有差異, 其中, CTL 方法所得的回波值較小。造就此差異的原因來自於 NTU3 微物理參數法有進階對雪和軟雹的密度進行設定, 並非為固定值。

於上章節之散射強度因子的敏感度測試已知, 模式中不同微物理參數法對於冰相粒子密度大小的設定, 對影響散射振幅強度, 進而影響對於回波、ZDR 與 KDP 的表現, 如圖 7a 所示, 此圖為分別使用 100、400 和 900 kg/m³ 冰相粒子密度設定, 配合 Marshall-Palmer 徑粒分布, 所計算出的回波、ZDR 與 KDP 值。這三者密度值為大部份微物理參數法設定雪、軟雹和冰雹的密度, 同時, 也是 Jung et al. (2008a) 用此冰相密度設定進行雪、軟/冰雹之散射強度參數化。由圖 7a 可知, 冰雹由於密度最大其回波值強, 而雪的密度為最小故回波將最弱, 此結果對對各粒徑分布設定皆是如此。在 ZDR 方面 (圖 7b), 由於配合 Jung et al. (2008a) 的冰相軸比設定為一固定值, 故對於不同冰相混合比其 ZDR 皆相同; 但是, ZDR 卻會隨密度不同而改變, 其 ZDR 值將隨冰相粒子密度的增加而增加。由於冰相粒子密度變大時, 散射振幅強度也將變為顯著, 使得水平和垂直散射振幅之間的差異更加突現出來, 故此, KDP 值同樣也會隨冰相粒子密度的增加而增大, 並且隨冰相混合比增加, 各冰相粒子之間的 KDP 變得更加明顯 (圖 7c)。

總而言之, 在進行冰相散射強度的擬合之前, 需先就各微物理參數法相關設定進行了解, 方能配合微物理參數法的相關設定計算出對應的回波、ZDR 和 KDP 值。例如某些微物理參數法設定雪的密度設定可高於 100 kg/m³, 若使用 100 kg/m³ 的散射強度參數公式進行回波、ZDR 和 KDP 的計算, 將會產生冰相預報低估的錯覺, 如圖 6 所表現出的現象。只是, 對於冰相粒子密度設定為非固定值的微物理參數法, 則無法使用散射強度參數化的方法, 因為該方法需事先給定雷達波長、水象粒子密度和軸比等條件, 先獲得散射振幅, 接續才可進行參數式的擬合。

五、總結

雙偏極化雷達觀測變數除可以幫助瞭解對流的結構與演變，也可以用來驗證數值模式預報，以及使用雙偏極化雷達觀測進行資料同化改進模式初始場對於對流系統之掌握，不過在此之前，需先建立觀測變數與模式變數之間的轉換，才能讓雙偏極化雷達觀測資料提供於模式校驗或資料同化之用。對於兩者之間的轉換方法，有反演法（觀測變數轉變為模式變數）和觀測算符（由模式變數計算出觀測變數），其中雙偏極化雷達觀測算符主要建立在電磁學散射原理的基礎上。反演法極度依賴觀測統計結果，其不確定性高且準確度相對低；另一者觀測算符方法雖較困難，但較能夠掌控其不確定性，而此方法也為本研究探討的目標。

為能於資料同化之用，變分法和系集資料同化方法需配合對應的雙偏極化雷達觀測算符。故此，本研究分別探索兩種雙偏極化觀測算符，第一個方法的散射振幅函數是擷取 T-matrix 模式中相關的雷氏散射近似特性設定之，其函數包含許多影響因子，例如雷達波長、水象粒子密度等，可在不同環境進行計算；不幸地，此方法需透過數值積分分解才可求得雙偏極化雷達觀測變數，故無法運用於變分法資料同化，只能於系集資料同化。第二者方法在系集與變分資料同化皆可應用，其係將 T-matrix 模式所計算出的散射振幅以水象粒子粒徑的幂律函數表示，配合 Gamma 粒徑分布可發展變分法資料同化中對應的切線與伴隨模式，以直接同化回波 ZDR 與 KDP 觀測。後者方法相當於前者方法的簡化，以某固定的雷達波長、水象粒子密度和軸比等條件進行參數式的擬合，使散射振幅只為粒徑大小的函數。

由於第二者散射振幅參數化方法為預先固定散射強度影響因子的條件，故在模式運用上將會受到局限，例如不同波段雷達需配合不同的參數式。在單矩量、雙矩量及三矩量微物理參數法的實驗測試結果中也顯示，散射振幅參數化方法也需配合微物理參數法的水象粒子密度設定給予對應的散射強度參數式；然而，這也意味著當微物理參數法對於水象粒子密度設定為非固定值時，散射振幅參數化的方法將無法應用。除了此局限之外，擬合所產生的誤差將對 ZDR 與 KDP 的計算極為重要，固然擬合出的水平與垂直散射振幅表現和散射模式之間的差異不到 10%，使在水平與垂直回波表現雷同，但參數式的擬合誤差會造成 ZDR 與 KDP 計算有很大的影響，其小差異會被放大，可能產生不合理的 ZDR 與 KDP 分布，故此，單就分析水平和垂直散

射振幅擬合表現仍為不足，必需進階對擬合的誤差進行評估。

雖然散射振幅參數化方法會受到許多限制，包含雷達波長、水象粒子密度以及擬合誤差問題，不過在變分法的資料同化應用上仍有其價值，可依此方法的原理為基礎建立於變分法資料同化，配合 Gamma 粒徑分布發展出對應的切線與伴隨模式。

六、參考文獻

- Brandes, E. A., G. Zhang, and J. Vivekanandan, 2002: Experiments in rainfall estimation with a polarimetric radar in a subtropical environment. *J. Appl. Meteor.*, **41**, 674–685.
- Carlin, J. T., J. D. Gao, J. C. Snyder, and A. V. Ryzhkov, 2017: Assimilation of ZDR columns for improving the spinup and forecast of convective storms in storm-scale models: Proof-of-concept experiments. *Mon. Wea. Rev.*, **145**, 5033–5057.
- Fukao, S., K. Hamazu, and R. J. Doviak, 2014. *Radar for Meteorological and Atmospheric Observations*, Tokyo: Springer.
- Jung, Y., G. Zhang, and M. Xue, 2008a: Assimilation of simulated polarimetric radar data for a convective storm using the ensemble Kalman filter. Part I: Observation operators for reflectivity and polarimetric variables. *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 2228–2245.
- Kawabata, T., Schwitalla, T., Adachi, A., Bauer, H.-S., Wulfmeyer, V., Nagumo, N., and Yamauchi, H., 2018: Observational operators for dual polarimetric radars in variational data assimilation systems (PolRad VAR v1.0). *Geosci. Model Dev.*, **11**, 2493–2501.
- Putnam, B. J., M. Xue, Y. Jung, G. Zhang, and F. Kong, 2017: Simulation of Polarimetric Radar Variables from 2013 CAPS Spring Experiment Storm-Scale Ensemble Forecasts and Evaluation of Microphysics Schemes. *Mon. Wea. Rev.*, **145**, 49–73.
- Putnam, B. J., M. Xue, Y. Jung, N. A. Snook, and G. Zhang, 2019: EnKF assimilation of polarimetric radar observations for the 20 May 2013 Oklahoma Tornado Supercell case. *Mon. Wea. Rev.*, **147**, 2511–2533.
- Ryzhkov, A. V., and D. S. Zrnić, 1995: Comparison of dual-polarization radar estimators of rain. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **12**, 249–256.
- Ryzhkov, A. V., M. Pinsky, A. Pokrovsky, and A. Khain, 2011: Polarimetric radar observations operator for a cloud model with spectral microphysics. *J. Appl. Meteor. Climatol.*, **50**, 873–894.
- Straka, J. M., D. S. Zrnić, and A. V. Ryzhkov, 2000: Bulk hydrometeor classification and quantification using polarimetric radar data: Synthesis of relations. *J. Appl. Meteor.*, **39**, 1341–1372.
- Tsai, T., and J. Chen, 2020: Multimoment Ice Bulk Microphysics Scheme with Consideration for Particle Shape and Apparent Density. Part I: Methodology and Idealized Simulation. *J. Atmos. Sci.*, **77**, 1821–1850.
- Ulbrich, C. W., and D. Atlas, 1984: Assessment of the contribution of differential polarization to improved rainfall measurements. *Radio Sci.*, **19**, 49–57.
- Wang, S., Liu, Z., 2019: A radar reflectivity operator with ice-phase hydrometeors for variational data assimilation (version 1.0) and its evaluation with real radar data. *Geosci. Model Dev.* **12**, 4031–4051.
- Zhang, G., J. Vivekanandan, and E. Brandes, 2001: A method for estimating rain rate and drop size distribution from polarimetric radar measurements. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **39**, 830–841


溫度	設定來源：模式	水象粒子密度	設定來源：模式
數值	小 \rightarrow 大	數值	小 \rightarrow 大
對回波值	幾乎無影響	對回波值	小 \rightarrow 大
對Z _{DR} 值	幾乎無影響	對Z _{DR} 值	小 \rightarrow 大
對K _{DP} 值	幾乎無影響	對K _{DP} 值	小 \rightarrow 大
軸比	設定來源：人為設定	傾斜角標準差	設定來源：人為設定
數值	小 $(1 > r > 0)$ \rightarrow 大 $(=1)$	數值	小 $(=0)$ \rightarrow 大
形狀		對回波值	幾乎無影響
對回波值	幾乎無影響	對Z _{DR} 值	大 \leftarrow 小
對Z _{DR} 值	大 (<0) \leftarrow 小 $(=0)$	對K _{DP} 值	大 \leftarrow 小
對K _{DP} 值	大 (<0) \leftarrow 小 $(=0)$		

表 1：溫度、水象粒子密度、軸比及傾斜角標準差對於模式計算回波、ZDR 與 KDP 的影響。

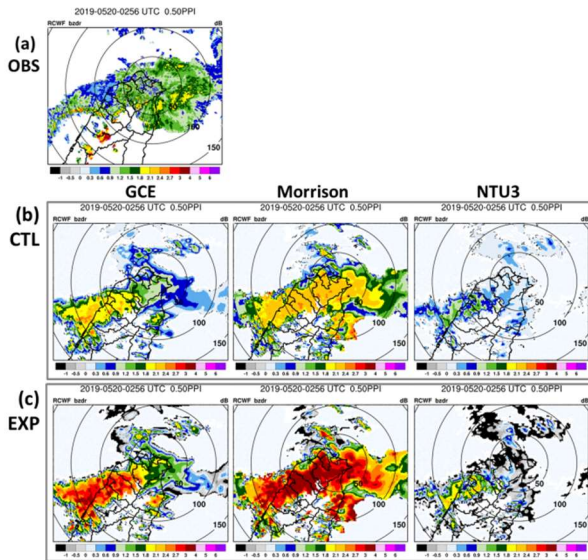


圖 1：GCE、MORR 和 NTU3 微物理參數法所計算之 ZDR 內插於五分山雷達 0.5 度仰角之 PPI 面上結果，其中 (a) 為觀測，(b) (c) 分別為 CTL 和 EXP 結果。

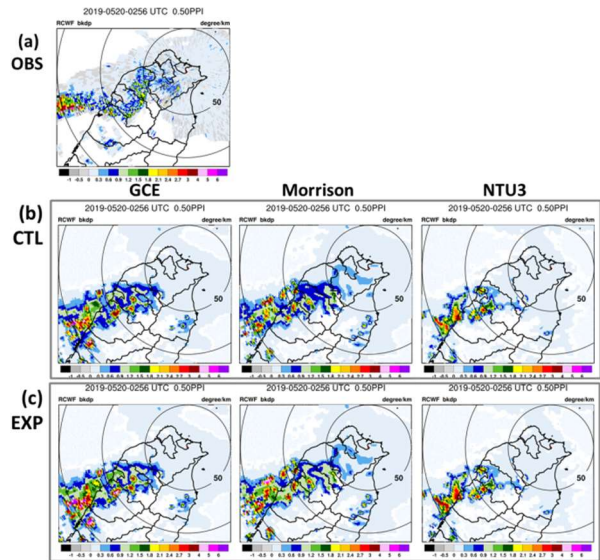


圖 2：同圖 1，但為 KDP 的結果。

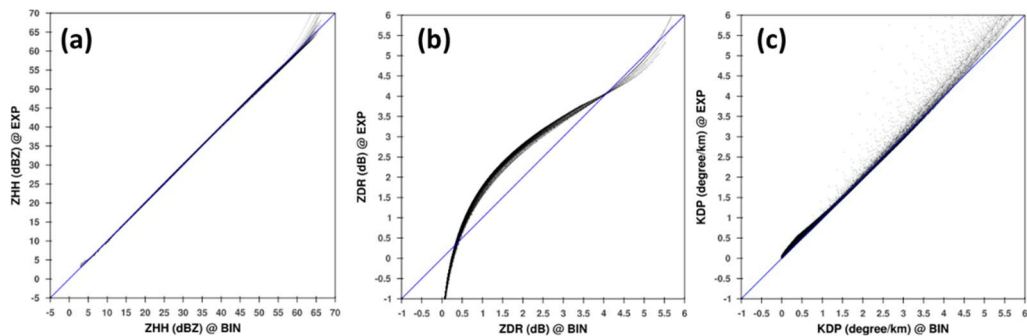


圖 3：給定不同 Gamma 粒徑分布設定，包括不同雨水混合比值、總數量密度濃度以及譜型參數，所得之 (a) 回波 (b) ZDR (c) KDP，其中 x 軸指出 CTL 實驗結果，y 軸則為 EXP 實驗。

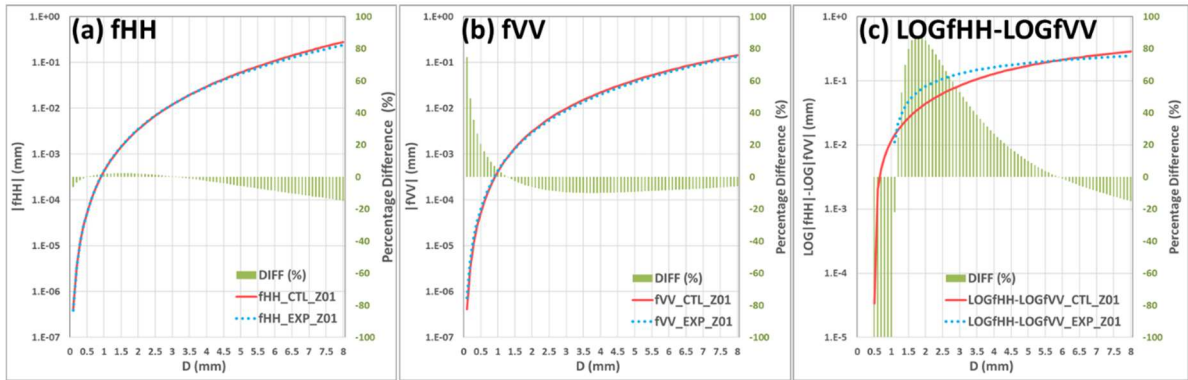


圖 4：(a) 水平直散射振幅 (b) 垂直散射振幅 (c) 水平與垂直散射振幅之對數的差異值於不同粒徑大小的表現。

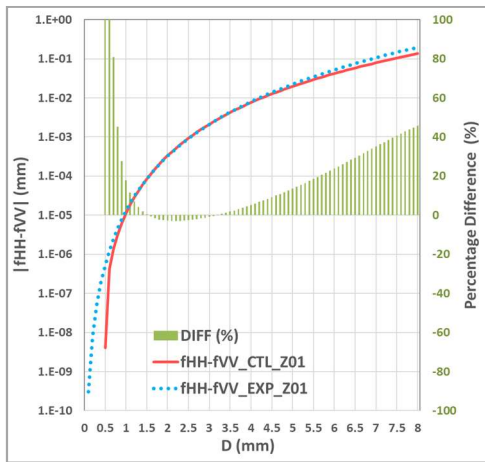


圖 5：同圖 4，但為水平與垂直散射振幅之間的差異值。

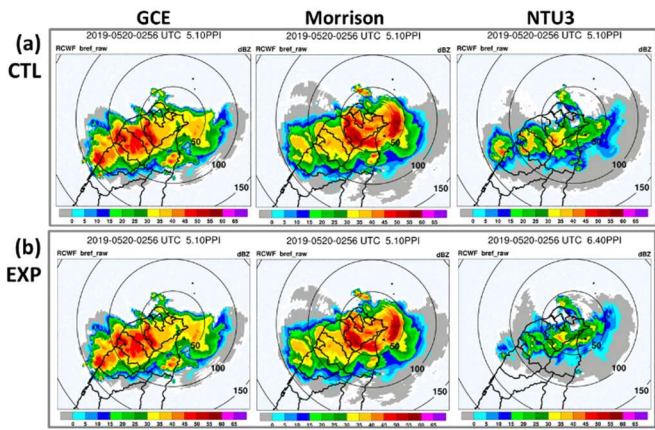


圖 6：GCE、MORR 和 NTU3 微物理參數法所計算之回波內插於五分山雷達 5.1 度仰角之 PPI 面上結果，其中 (a) (b) 分別為 CTL 和 EXP 結果。

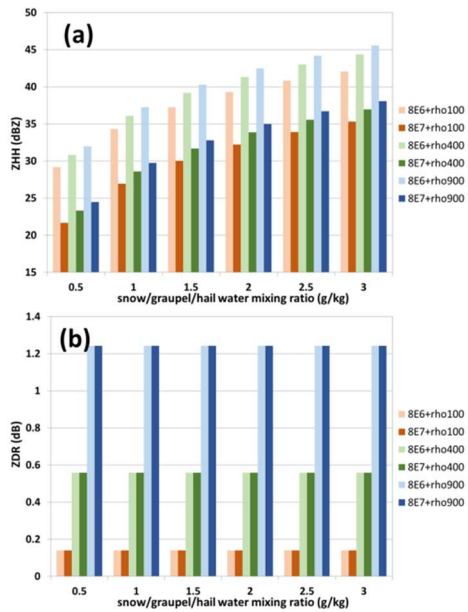


圖 7：以 Marshall-Palmer 徑粒分布為主，配合不同冰相混合比以及於截距 (intercept) 參數，使用不同冰相粒子密度所得之 (a) 回波 (b) ZDR (c) KDP。其中，冰相粒子密度設定有 100、400 和 900 kg/m³，分別以橘色、綠色和藍色表示。

