

都市下水道溢淹預警系統建立

於望聖¹ 李光敦² 陳志偉¹ 杜鐵生¹ 洪夢秋² 薛煌仕¹ 黃雅琪² 陳煥元²
林和中² 詹翊平² 陳乃光² 曾韋謙² 徐郁涵² 游馨竹² 廖聿勳² 曾國峰² 曾韋麟²
下水道工程處¹ 地理資訊系統研究中心²
內政部營建署 國立臺灣海洋大學

摘要

近年來由於都市高度發展，人口大量聚居使得保全對象大增，故淹水災害防治成為施政上首要達成之任務。而都市地區在完成雨水下水道系統之規劃、設計，以及工程施作後，若能進一步建置淹水示警系統，充分運用軟硬體之配合，建立都市區之水情資料，將可協助淹水分析研判，以提高防災成效。為提供防災時期應變需求，營建署連結中央氣象局之即時觀測雨量資料、雷達回波降水估計產品、颱風定量降水預報，以及系集降雨預報，配合雨水下水道雨量警戒值，建立短延時溢淹預警機制，以進行都市計畫區之現況與未來溢淹預警訊息發布，藉此作為都市防災決策參考依據。

由於都市計畫區之雨水下水道系統出口集流時間均小於 2 小時，在集流時間甚短的特性之下，排水系統逕流反應迅速，導致暴雨來襲時之積淹致災發生快速。因此，研究中提出都市短延時溢淹預警機制，計算 30 分鐘、60 分鐘、90 分鐘、120 分鐘之累積雨量，若累積降雨超過下水道之雨量警戒值，即發布一級(紅色)與二級(黃色)警戒資訊。有鑑於氣象局所提供之各類降水預報產品，其單筆資料之單位時間為 1 小時或 3 小時，無法直接應用於短延時降雨預警。在此前提下，研究中針對各類降水預報資料，應用 Akima 內插法依降雨趨勢之關係推求時間間距為 10 分鐘之降雨資料，藉以考慮降雨於時間分布上之情形。此外，針對各類網格氣象資料，研究中則以區域網格平均方式，推求鄉鎮市區內都市計畫區所在網格之平均雨量，並配合都市計畫區鄰近實測雨量站資料，以描述雨量於空間上之變異情況。研究中進一步以全台實際雨量紀錄進行降水估計與預報產品之誤差分析，藉此了解各類預報產品於短延時預警機制下之適用性。

為整合中央氣象局即時雨量、降水預報產品，以及雨水下水道各級雨量警戒值等資訊，本研究以短延時溢淹預警機制為基礎，建立網頁地圖形式之「都市溢淹示警系統」，提供全國 22 個縣市 322 個鄉(鎮、市、區)即時溢淹警戒資訊。目前此系統已於 2015 年上線，中央及地方政府均可透本系統，即時獲取現況示警與未來預警之警戒訊息。有鑑於「都市溢淹示警系統」之警戒發布依據，初期乃是根據全國各鄉鎮市區之雨水下水道規劃降雨強度，進行各級警戒值設定，本研究亦透過實際淹水事件紀錄進行警戒值修正，分析積淹與非積淹事件之預警正確率，以確保預警機制可符合都市排水系統現況特性。經近年 10 場颱風事件之修正檢討後，目前本系統針對都會區之溢淹預警正確率約可達 75%，應可提供政府單位於颱風豪雨時期救災整備之參考依據。

關鍵字：雨水下水道、短延時溢淹、雨量預警

一、前言

雨水下水道系統為都市集水區主要排水系統，而系統之規劃設計係以都市計畫區之氣象、水文、人口分布為考量，各地區之保護標準不盡相同；而工程建設有其侷限，當降雨超過保護設計標準，則無法避免發生淹水之可能性。而全球氣候變化劇烈，近年短延時高強度降雨之發生頻率增加，雨水下水道系統因其逕流反應迅速之特性，溢淹致災之防範亦為政府迫切首要課題。因此，除以工程手段提升都市防洪能力之外，營建署於 2013 年間以臺灣各鄉(鎮、市、區)雨水下水道系統之規劃降雨強度為依據，建立各地區雨水下水道一級與二級雨量警戒值，透過連結中央氣象局提供之 10 分鐘即時回傳雨量資料，可針對全國各鄉、鎮、市、區發布即時雨量警戒資訊(李等, 2013)，藉此提供都市溢淹預警訊息，期透過軟、硬體工程方法之相互配合，以降低溢淹災損情況。

為因應颱風豪雨期間之整備與防災應變工作，除以現況即時觀測雨量資料情況進行都市溢淹水情分析之外，本研究另連結中央氣象局之雷達回波降水估計產品、颱風定量降水預報，以及系集降雨預報，配合雨水下水道雨量警戒值，建立短延時溢淹預警機制，以進行都市計畫區現況與未來之預警訊息發布，藉此作為都市防災決策參考依據。有別於國內其他單位常以長延時降雨進行雨量警戒計算，短延時溢淹預警機制係以 30 分鐘、60 分鐘、90 分鐘、120 分鐘進行累積雨量計算，計算過程並同時進行各項降水估計或預報產品之時間內插與空間變異計算，以合乎都市下水道之短延時逕流特性。

為提供中央及地方政府即時都市水情資訊，研究中以短延時溢淹預警機制為基礎，整合多種降水估計或預報產品，建立「都市溢淹示警系統」，提供全國 22 個縣市 322 個鄉(鎮、市、區)即時溢淹警戒資訊。此外，各鄉(鎮、市、區)之各級雨量警戒值亦

會隨實際淹水事件紀錄進行警戒值檢討與滾動式修正，透過逐年之修正，將可更符合特定地區之水力特性，以穩定提供颱風豪雨時期救災整備之參考依據。

二、短延時溢淹預警機制建立

由於都市計畫區之雨水下水道系統出口集流時間均小於2小時，在集流時間甚短的特性之下，排水系統逕流反應迅速，導致暴雨來襲時之積淹致災發生快速。因此，研究中提出都市短延時溢淹預警機制，計算30分鐘、60分鐘、90分鐘、120分鐘之累積雨量，若累積降雨若超過下水道之雨量警戒值，即發布一級(紅色)與二級(黃色)警戒資訊，以此作為各鄉鎮市區雨水下水道系統於颱風期間初步淹水警訊之判斷。

圖1與圖2為短延時溢淹預警機制流程圖，可分為「現況示警」以及「未來預警」。其中「現況示警」係採用現況資料包含雨量測站觀測紀錄，以及劇烈天氣監測系統QPESUMS(Quantitative Precipitation Estimation and Segregation Using Multiple Sensor)雷達回波配合雨量站校驗之定量降水估計(Quantitative precipitation estimation, QPE)資料。研究中首先篩選各鄉(鎮、市、區)公所最近距離三個雨量站，並以距離作為該區域之候選雨量站排序，當第一候選雨量站資料缺漏時，可依序號由候選雨量站遞補，以避免單一測站即時資料缺漏問題。此外，研究中另採用QPE資料，以區域網格平均方式推求鄉(鎮、市、區)內都市計畫區所在網格之平均雨量，最後同時採用最近距離候選雨量站及網格區域平均計算方式，以上述兩者計算結果較大者作為各區現況代表雨量，以此同時考量實際觀測雨量及雷達回波降雨空間分布情形。而目前無論實際測站或QPE資料之發布頻率均為10分鐘，本系統即依上述分析方式，每10分鐘計算各地區之代表性雨量後，進行各延時之累積雨量計算，並與各級雨量警戒值進行比較判斷，以此發布各鄉(鎮、市、區)「現況示警」警戒資訊。

而針對「未來預警」溢淹資訊發布工作流程如圖2所示，採用預測資料則包含(1)QPESUMS所提供雷達回波降水估計外延0~1小時之定量降水預報QPF(Quantitative precipitation Forecasts)；(2)系集定量降水預報系統WEPS+WRF(Ensemble QPF)針對未來72小時所提供之24組系集成員預報成果；以及(3)颱風時期針對未來72小時，發布1小時與3小時累積降雨預報資料之颱風定量降水預報ETQPF(Ensemble based Typhoon QPF)。其中QPESUMS-QPF主要係作為未來1小時預警之用，採每10分鐘更新計算一次；WEPS+WRF則是做為未來6~24小時預警之用，由於WEPS及WRF每組系集成員因模式設定上之差異，使系集各成員表現之預

報成果皆有所不同，因此WEPS及WRF之預報成果常藉由統計方法來整合最後之預報結果。系統中採用算術平均、PM法(Ebert, 2001)及PMmod.法(葉, 2014)處理WEPS及WRF之系集預報資料，並配合實際降雨紀錄進行計算，採每10分鐘更新各區域各延時之預警情況；而ETQPF未來預警則僅於颱風時期啟動，主要作為颱風時期未來6~24小時預警之用，亦採10分鐘計算頻率發布未來預警資訊。

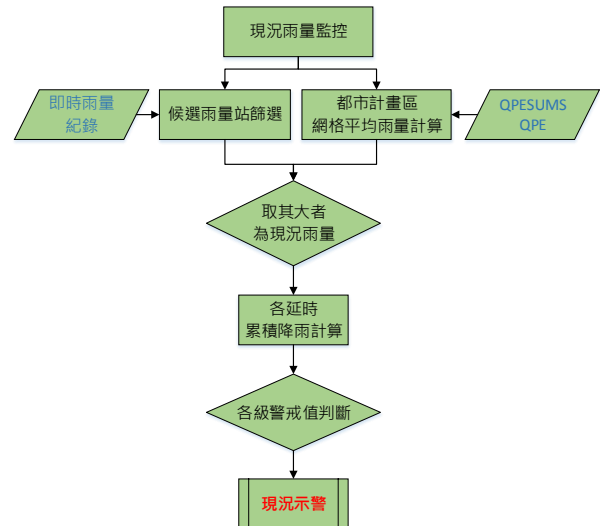


圖 1 短延時溢淹預警機制「現況示警」流程圖

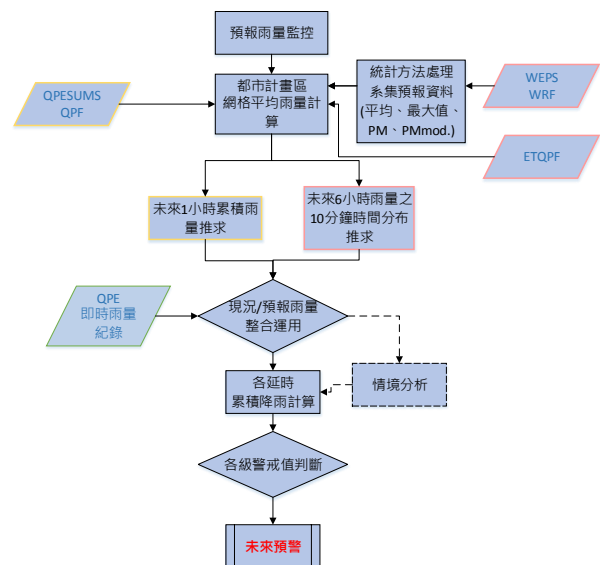


圖 2 短延時溢淹預警機制「未來預警」流程圖

由於系集預報產品WEPS及WRF為未來1小時累積雨量，而颱風定量降水預報ETQPF為未來1或3小時累積雨量。考量都市下水道區域集流時間較短，計畫中採用較短之降雨延時(30、60、90、120分鐘)進行示警資訊發布，因此，於進行網格資料空間分析後，針對上述降水預報資料，另應用Akima內插法(Akima, 1970)依降雨趨勢之關係推求時間間距為10分鐘之降雨資料，以考慮降雨於時間分布上之情形。

而任一預報時段內之各延時累積雨量計算，除了累積降水預報資訊外，必須考量實際雨量觀測紀錄，以混合採用未來預報雨量與實際觀測紀錄進行計算。以圖3未來1小時之預警計算為例，其整體120分鐘累積雨量，即為未來60分鐘預報雨量資料加上實際觀測60分鐘雨量計算而得；而若當預警判斷點繼續計算至未來第2小時之後，則各延時累積雨量僅包含預測雨量。透過上述示警機制流程，可計算得未來預報區間內各時刻、各延時之累積降雨量，而後並與各級雨量警戒值進行比較；若超過警戒值，則將發布未來預警資訊。此外，目前ETQPF針對颱風路徑發布官方、偏左及偏右三種預報資料，系統中亦將同時針對此三種預報成果進行情境分析，以提供管理單位防救災人員了解颱風未來可能發展動態。

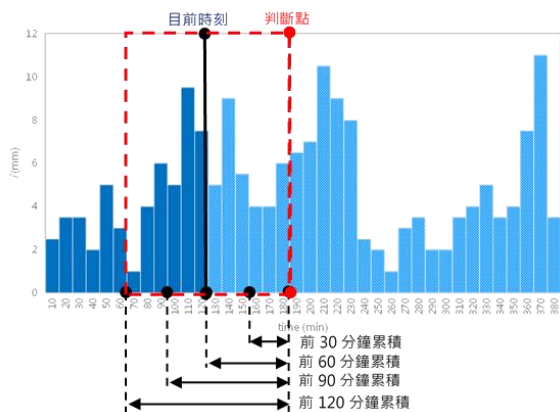


圖 3 未來 1 小時預警之雨量分析採用方式

三、都市溢淹預警系統

「都市溢淹示警系統」之主畫面如圖4，本系統係以短延時溢淹預警機制為基礎，整合中央氣象局即時雨量、降水預報產品，以及雨水下水道各級雨量警戒值等資訊，提供即時資訊以掌握全台各個地區降雨狀況。本系統以地圖應用服務為媒介，展現空間查詢與展示資料，直接於地圖上填入綠、黃、紅等警戒顏色呈現雨量警戒情況。系統中並建立使用層級，不同層級之使用者其檢視範圍與使用功能將有所不同，以符合各層級實際業務需求，並避免系統運行效能降低。此外，當超過雨量警戒值時，系統亦將以手機簡訊或電子郵件方式直接通知權責人員，以達到即時通知之目的。此外，研究中亦應用響應式網頁設計(Responsive Web Design, RWD)技術，利用百分比的方式以及彈性的畫面設計，在不同解析度下改變網頁頁面布局排版，提高系統於個人電腦、智慧型手機及平板電腦之展示彈性。

「都市溢淹示警系統」主要功能包含現況示警、未來預警、報表、設定、參考資料、CEOC專區、以及進階管理介面。其中現況示警為採用全台10分鐘即時雨量站之觀測紀錄資料，以及雷達回波降雨

定量降水估計產品(QPE)，進行各延時代表雨量計算，已發布各鄉(鎮、市、區)現況雨水下水道系統之警戒資訊。而未來預警則可提供使用者選擇不同雨量預報產品，系統將依據使用者所選擇之雨量預報產品自動計算各地區未來6小時之溢淹警戒情況，並提供各延時現況及未來雨量組體圖、現況各延時警戒值、未來警戒發布紀錄之查詢功能。而報表功能則可有效統計各地現況示警與未來預警之警戒狀態，本系統建置自動情資研判簡報產製功能，可協助業務單位於最短時間內自動彙整情資研判期間所需要之都市溢淹水情，以及雨水抽水站目前整備狀況，以提供防災決策者雨水下水道即時現況及未來預測溢淹情資。



圖 4 都市溢淹示警系統主畫面

四、結果與討論

(一)、降水估計與預報產品誤差分析

在降水估計及數值天氣預報中存在著兩種誤差：數值誤差與觀測誤差。前者因無法直接求得大氣運動之真實解，故任何數值方法皆只能求得近似解，因此與真實天氣有所差異；後者因觀測本身產生之誤差，可能是系統誤差，亦可能是人為誤差。為了解各類產品與實測降雨資料之差異，因此計畫中針對QPESUMS-QPF、ETQPF、WEPS及WRF等降水估計與預報資料，將上述資料網格雨量預報結果與同一位置之實際觀測雨量進行誤差分析，研究中採用式(1)進行相對誤差計算

$$Err = \left| \frac{R_{gauge} - R_{prediction}}{R_{gauge}} \right| \quad (1)$$

式中 R_{gauge} 為實測雨量紀錄， $R_{prediction}$ 為預測雨量。研究中將以此探討各預報產品特性，以提供政府機關使用降水預報產品時之參考。

1. QPESUMS-QPF

QPESUMS-QPF主要為雷達回波外延1小時之定量降水預報，分析中亦採用2015年至2016年蘇迪勒、蓮花、杜鵑，以及厄伯特四場颱風場次之QPESUMS-QPF預報資料並配合雨量站實際觀測紀錄進行誤差比較，圖5為上述各場次之未來1小時降水預報與實測雨量，於不同海拔高度級距內之平均

相對誤差散布圖與統計圖。由圖5(a)雨量散布圖可知，預報資料與觀測值有明顯落差，而由圖5(b)誤差統計圖亦可發現，QPESUMS-QPF之預報值，有明顯誤差偏高之問題，其中3000至3500公尺海拔級距之誤差，主要為合歡山莊單一測站誤差所致。而雨水下水道系統大多位於地勢低緩之人口密集都市計畫區內，其海拔大部分低於500公尺，由圖5(b)之誤差統計圖可看出，此間距內雨量監測站數最多，整體平均誤差約為1.5~3.5倍之間，顯示QPESUMS-QPF於颱風時期之預報不確定性較高，故低海拔地區使用QPESUMS-QPF預報資料進行短延時溢淹資訊工作時，須謹慎評估其模式預報之準確性。

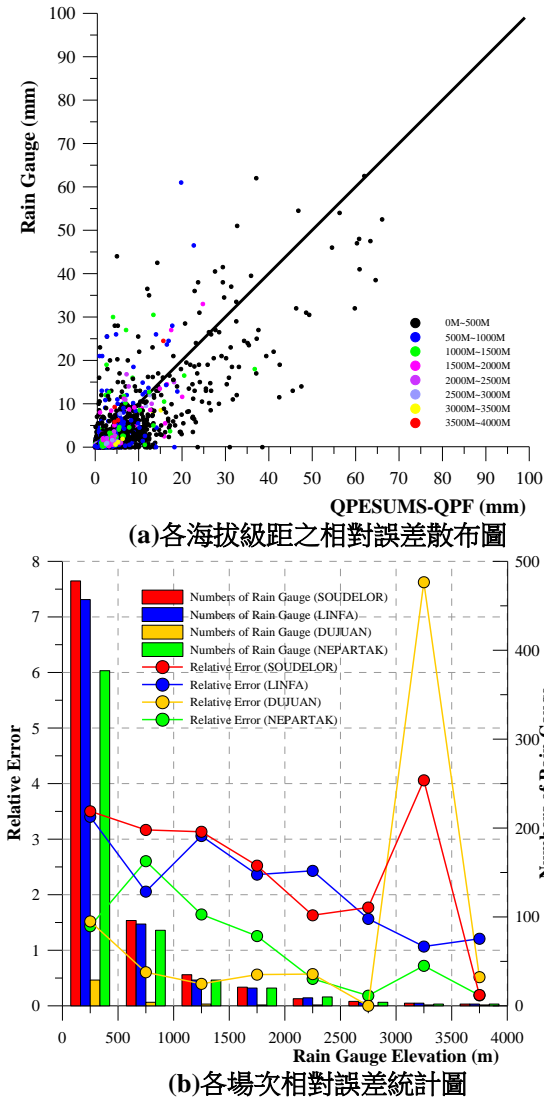


圖 5 QPESUMS-QPF 與實測雨量相對誤差分析

2. 颱風定量降水預報ETQPF

ETQPF僅於颱風時期啟動，可針對未來72小時，發布時間間距為3小時之降雨預報資料。研究中為探討ETQPF於時間上之誤差分布情況，以ETQPF網格內所對應之實際降雨紀錄，分別進行逐3小時雨量預報與累積雨量之誤差分析。針對逐3小時雨量相對誤差計算，係針對ETQPF每次預報於第3時、第

6時、第9時...至第48時之預測雨量進行誤差計算；而累積雨量相對誤差分析，則直接採用每次預報1-3時、1-6時、1-9時...至1-48小時累積雨量進行分析。

圖6為2015年至2016年四場颱風場次之ETQPF官方路徑預報資料分析結果。在逐筆雨量及累積雨量相對誤差圖中可知，圖6(a)逐筆雨量誤差值約落於1.2至3.8之間，除了尼伯特颱風之外，其它場次均有誤差值隨著預報時間愈長而增加之趨勢。而由圖6(b)可知，除了蓮花颱風之外，累積雨量誤差隨著預報時間愈長，其相對誤差逐漸遞減至0.5以下。整體而言，ETQPF在長延時累積雨量上之預報表現優於逐3小時雨量之預測，其也意味著ETQPF擅於進行颱風整體雨量模擬，但尚無法明確掌握降雨於時間上之分布。而雨水下水道系統係採用短延時降雨資料進行未來預警資訊發布工作，降雨之時間分布將為此機制下之重要因素，因此使用ETQPF進行短延時之預報資料時，將可能有雨量預報誤差過大的情況發生。

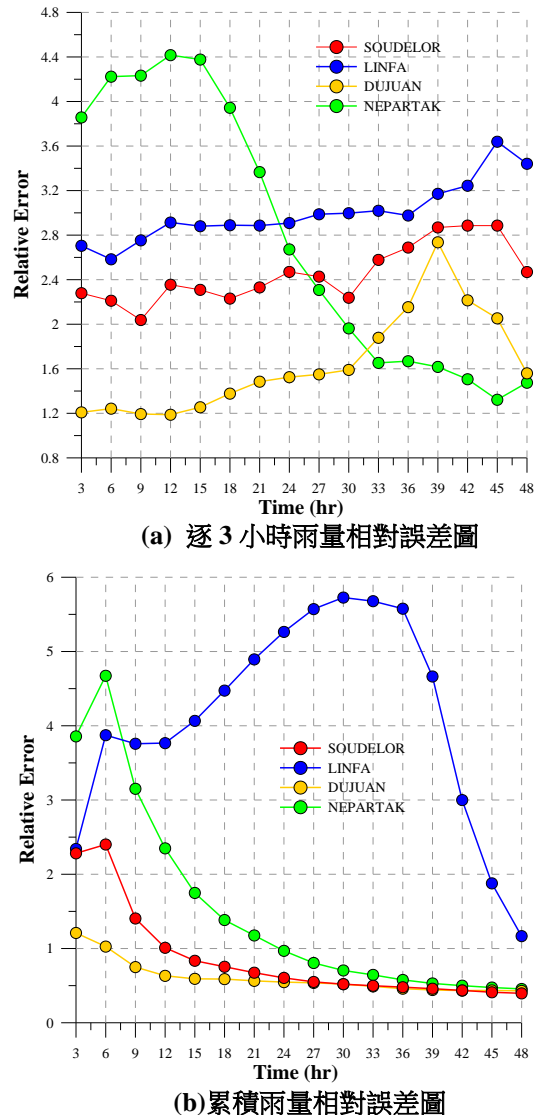


圖 6 ETQPF 官方路徑預報資料分析結果

3. 系集定量降水預報(WEPS+WRF)

WEPS及WRF系集預報主要針對未來72小時提供24組系集成員之預報資料。每組系集成員因模式設定之差異，使系集各成員表現之預報成果均不同，因此藉由統計方法整合最後之預報結果。分析中採用算術平均法、PM法及PMmod.法針對上述四場颱風場次之系集預報資料分別進行誤差分析。圖7為上述各場次之逐時雨量預報與累積雨量相對誤差圖。由圖7(a)可知，逐時雨量預報之相對誤差約落於0.8至3.3之間，而各種統計方法中，又以算術平均法之相對誤差值最小，其相對誤差值約落於0.8至2.7之間；而由圖7(b)累積雨量誤差分析可知，其相對誤差值於預報初期將逐漸增加，約於第4至第6小時之後，各場次均具有隨著累積降雨之增加，其相對誤差值隨之遞減之趨勢；此現象與恰與ETQPF之分析結果相似。顯示系集定量降水預報資料(WEPS+WRF)雖然可掌握整體降雨量趨勢，但各類統計方法於降雨於時間之分布上，仍可能產生較高的誤差值。因此，用於短延時降雨資料進行未來預警資訊發布工作時，仍謹慎評估數值模式於雨量時間分布預報之極限能力。

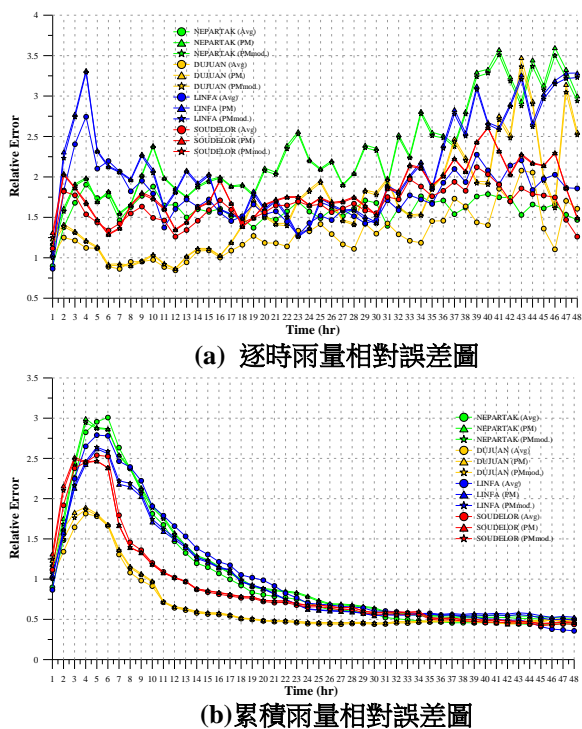


圖 7 系集預報(WEPS+WRF)資料分析結果

(二)、預警正確率分析

由於「都市溢淹示警系統」其警戒發布依據之雨量警戒值，目前乃是根據全國各鄉鎮市區之雨水下水道規劃降雨強度，進行各級警戒值設定(內政部營建署, 2013)，尚需藉由經驗累積與實際淹水事件紀錄進行修正，以符合都市排水系統現況特性。因此，本計畫針對2013至2015年間有發生積淹事件之

10場颱風事件，透過消防署EMIC應變管理資訊雲端服務網查詢對應之都市積淹水通報事件，並與現行各鄉鎮市區之雨量警戒值進行比較分析，以檢討各級雨量警戒值之適用性。由於本預警機制乃適用於都市計畫區雨水下水道系統，納入分析之淹水通報事件需符合下列條件，若不符合將予以排除：

1. 積淹水通報事件屬都市計畫區；
2. 淹水通報事件積淹水成因為雨水下水道系統排水負荷能力問題；汙水管路積淹、邊溝排水堵塞、工程施作影響、私有排水問題等非雨水下水道系統排水負荷能力因素，則不納入分析；
3. 為避免通報時間之誤植，本分析以淹水通報時間前2小時之30、60、90、120分鐘之最大累積降雨與現行各延時警戒值進行分析；若上述積淹水事件各延時之最大累積降雨量與一級(紅色)警戒(亦即雨水下水道設計標準)之差值達50%以上，將予以排除，以避免其它非雨水下水道系統排水負荷能力因素影響分析結果。

經統計此10場颱風之積淹通報事件總數為1413件，以上述條件篩選積淹水通報事件後，可納入雨量警戒門檻值檢討之淹水事件為460件。為避免部分地區之事件樣本數量過少，而影響雨量警戒門檻值修正之正確性，計畫中僅就區域積淹水事件達5件以上之鄉鎮市區，進行警戒值修正分析。而本研究為瞭解警戒值修正前後之適用性，以圖8積淹通報案件與系統警戒發布之組合圖進行現況示警之預警正確率計算，圖中A、B、C、D分別代表之意義為(1)有積淹且發布警戒A：於該場事件中，接獲積淹通報，且於通報前3小時內有發布警戒；(2)有積淹但未發布警戒B：於該場事件中，接獲積淹通報，卻未發布警戒；(3)無積淹但發布警戒C：於該場事件中，未接獲積淹通報，但卻發布警戒；(4)無積淹且未發布警戒D：於該場事件中，未接獲積淹通報，亦未發布警戒。

	通報	積淹	無積淹
發布警戒	A(正確)	C	
未發布警戒	B	D(正確)	

圖 8 系統警戒正確率計算示意圖

預警正確率分析係針對每一單場暴雨場次，以10分鐘為單位，統計每個計算時距上淹水通報與預警資訊之比對情況，並加以統計，因此A+B+C+D=暴雨持續時段總和。針對警戒發布正確率計算，係以積淹警戒發布正確率進行計算，可表示如下

$$\text{積淹警戒正確率} = \frac{A}{A+B} \quad (2)$$

圖9為有發生積淹事件之縣市，於上述10場颱風之積淹警戒正確率統計圖。由圖可知，基隆市、新北市、台中市，以及高雄市在未修正雨量警戒值情況

下,其轄區內各地之平均積淹正確率約達64%以上,上述縣市轄區內各鄉(鎮、市、區)應用雨水下水道規劃降雨強度設定之各級雨量警戒值,大多可掌握地區內之積淹警戒情況。而台北市、桃園市、嘉義市、台南市,以及台東縣之修正前各鄉鎮平均積淹正確率約落於50%以下,顯示上述縣市轄區內某些特定區域無法應用雨水下水道規劃降雨強度作為積淹警戒值,需進一步以歷史積淹通報事件進行淹水地區之雨量警戒值修正。

針對納入警戒值修正之地區,研究中首先計算歷史淹水通報事件於積淹發生前2小時內各延時之最大累積降雨,並平均各延時積淹事件之最大累積降雨量,以此為30、60、90、120分鐘之一級(紅色)警戒值;而二級(黃色)警戒則以一級(紅色)警戒值扣除10mm/hr進行設定,以此進行雨量警戒值更新後各地區警戒發布正確率計算。而由圖9應用歷史積淹事件進行警戒雨量值修正後之警戒發布正確率計算成果可知,多數地區於修正雨量警戒值後,其積淹警戒發布正確率可大幅提升。整體而言,警戒值修正前整體系統警戒發布正確率約為40%,而經修正後,系統之溢淹預警正確率約可達75%。惟警戒值之修正主要依據淹水通報事件,研究中將以考慮淹水通報樣本數之方式,選擇有效積淹水通報事件達15件以上之地區進行修正,以避免零星淹水通報事件對警戒值修正之影響。

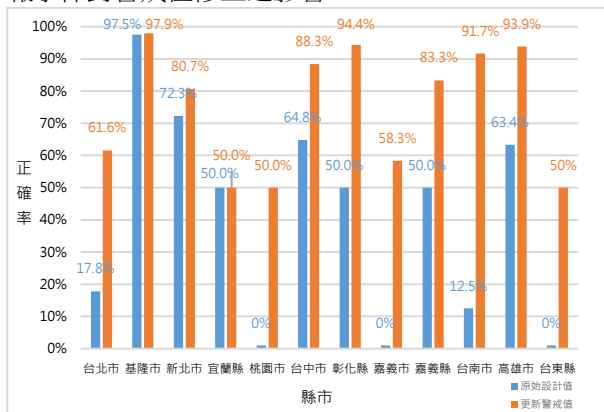


圖 9 警戒值修正前後平均警戒發布正確率

五、 結論

研究中所建立之短延時溢淹預警機制,可連結各類雨量觀測與預報資料,混合採用未來預報雨量與實際觀測紀錄進行都市積淹預警分析,而由各種預報產品進行誤差比較分析結果可知,QPESUMS-QPF之誤差值較高,目前較不適合做為未來預警之主要降水預報來源。而颱風定量降水預報ETQPF與系集定量降水預報(WEPS+WRF)均有在長延時累積雨量上之預報表現優於逐筆雨量預測之情況,亦即此類預報資料擅於進行颱風整體雨量預測,但尚無法明確掌握降雨於時間上之分布。而雨水下水道

系統係採用短延時降雨資料,以進行未來預警資訊發布工作,降雨之時間分布將為此機制下之重要因素,惟預報產品仍有一定之誤差風險存在,管理單位防救災人員在使用各類降水預報產品時,應注意降水預報產品之預報極限能力與風險,以擬定合適之防災策略。

而研究中所建立之「都市溢淹示警系統」,以短延時溢淹預警機制為基礎,整合中央氣象局即時雨量、降水預報產品,以及雨水下水道各級雨量警戒值等資訊,提供即時資訊以掌握全台各個地區降雨之狀況,並可進行「現況示警」及「未來預警」等溢淹資訊發布工作。研究中利用近年 10 場颱風事件進行雨量警戒值之修正檢討後,目前本系統針對都會區之溢淹預警正確率約可達 75%,應可提供政府單位於颱風豪雨時期救災整備之參考依據。為確保淹水預警資訊可描述實際都市排水情況,建議後續仍需持續以實際淹水通報事件進行雨量警戒值之滾動修正,藉此以確保都市防災決策參考資訊之正確性。

參考文獻

- 內政部營建署, 2010: “雨水下水道系統規劃原則檢討”, 內政部營建署。
- 內政部營建署, 2010: “雨水下水道設計指南”, 內政部營建署。
- 內政部營建署, 2013: “台灣地區降雨強度評估報告(第一年度)”, 內政部營建署。
- 李光敦, 俞維昇, 楊劍東, 洪夢秋, 何瑞益, 林怡廷, 陳志弘, 徐郁涵, 劉興維, 黃雅琪, 吳昕璘, 楊宗翰, 2013: “易淹水地區水患治理計畫雨水下水道第三階段(100~102 年)委託專業服務案-雨水下水道淹水預警系統可行性分析報告”, 國立臺灣海洋大學地理資訊系統研究中心報告, 內政部營建署委託。
- 葉世瑄, 2014: “系集定量降水預報方法之研究”, 國立中央大學大氣物理研究所碩士論文。
- Akima, H., 1970: “New method of interpolation and smooth curve fitting based on local procedures”, *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. 17, No. 4, 589-602.
- Ebert, Elizabeth E, 2001: “Ability of a Poor Man's Ensemble to Predict the Probability and Distribution of Precipitation”, *Mon. Wea. Rev.*, 129, 2461-2480.