

應用貝氏模型平均法發展颱風路徑機率預報指引

馮智勇¹ 陳昱璿¹ 黃嘉美² 賈愛玫²
多采科技有限公司¹ 中央氣象局預報中心²

摘要

本研究利用貝氏模型平均法(Bayesian Model Averaging, 以下簡稱 BMA)可整合不同預報及觀測產製預測機率密度函數(Probability density function, 以下簡稱 PDF)的優點,發展可整合 JMA、NCEP、TWRF、EC、WRF1 與 WRF3 等天氣預報數值模式颱風預報路徑的機率預報指引。首先對經度與緯度進行誤差分析以確認整體誤差呈現常態分佈,再依據訓練期資料透過 Expectation-Maximization 演算法計算出各個模式的權重係數以及標準差。

訓練期資料採移動視窗方式,選擇預報前 N 個颱風的模式預報路徑與最佳路徑資料,並且分別呈現觀測與 BMA 期望值路線的誤差關係,以及 BMA 方式所產製的機率預報對颱風中心路徑掌握度的表現。使用 2011~2015 年颱風資料的初步分析結果顯示,整合後的 BMA 颱風路徑期望值預報可進一步降低等權重平均預報的經度方向誤差與緯度方向誤差。

關鍵字：貝氏模型平均 颱風路徑機率預報

一、前言

近年颱風路徑預報投入了許多資源在多模式/系集預報的發展上,而同時多模式/系集的資料整合也變得相當重要。在整合路徑的綜合預報上也有許多方法正在發展與改進中,其中包括了Russel等人(2008)以預報與觀測路徑誤差距離反比為權重依據提出Weighted Average與Weighted Motion Vector Consensus方法,及採用模式對中心位置距平掌握能力為依據的Superensemble方法(Jun et al., 2015, Krishnamurti et al., 1999; 2011)等。

貝氏模型平均法(Bayesian Model Averaging, BMA)衍伸自貝氏定理,已被廣泛應用在經濟學、生物學等領域。Barnard(1963)將模型混合的概念應用在飛機旅客的資料上;Roberts(1965)提出由兩個模型以及後驗機率加權平均得到所需的模型,此為BMA雛型概念;Leamer(1978)指出此方法可以處理模型選擇上之不確定性問題;Hoeting等人(1999)拓展BMA雛型概念,提出將所有可能的模型,以其後驗(posterior)機率加權平均後,得到一個混合模型,再進行推估與預測,避免選擇相信單一模型所致誤差。Raftery(2005)等人直接採迴歸方式求得模式後驗機率而應用於估計美國西南部地面氣溫與海平面氣壓後,大幅簡化模型建置與推求後驗機率的流程,使得BMA得以廣泛應用於,張等人(2011)並實作於測站地面溫度機率預報。

中央氣象局已於去年完成BMA溫度機率指引之發展(馮等人,2015),將BMA方法應用於「強化災害性即時天氣預報」建置案完成之模式後修正預報,該建置案採模式統計輸出法(Model Output Statistics, MOS)統計

降尺度策略建置ECA1、JMA、NCEP與WRF等數值動力模式之各項天氣要素迴歸模型。本研究以BMA溫度機率預報技術為基礎,嘗試將BMA方法投入颱風路徑機率預報上。

颱風路徑預報在系集與多模式的整合上已經有許多文獻以不同的方式投入研究,本研究選用貝氏模型平均法嘗試進行颱風路徑預報整合,訓練期資料採移動視窗方式,選擇預報前N個颱風的模式預報路徑與最佳路徑資料。目的在於整合近期各模式在颱風預報上的優劣情況,給予各個模式合理權重並產製BMA颱風路徑預報。除了路徑預報本身之外,BMA方法也提供了訓練期的模式預報誤差資訊,在整合後的機率分布圖上同時提供使用者該次預報有可能的誤差分布資訊。

二、BMA颱風路徑機率預報建置方式

貝氏模型平均法的使用需先了解觀測值與預報值之間的誤差分布性質,而本研究參考過去颱風綜合預報的實作方式,嘗試以經度與緯度分別進行BMA法整合。在BMA模型建置之前必須了解觀測與預報之間的誤差分布特性。因此首先對手邊的JMA、NCEP、TWRF、EC、WRF1與WRF3幾個模式的2011至2015年資料,逐模式逐延時進行誤差分析,確認誤差分布接近常態分佈(Normal Distribution),再進行BMA模型建置。在此以NCEP模式為例,圖1與圖2分別代表NCEP在經度與緯度上的颱風路徑誤差分布,橫軸為經度/緯度,縱軸為機率密度,每張圖的藍綠色是將發生次數進行標準化後的結果,而紅線為套配上的常態分佈,在各張圖的標題有標

上該分布的平均以及標準差，從圖1與圖2中可以見到各個延時的誤差分布接近常態分布。

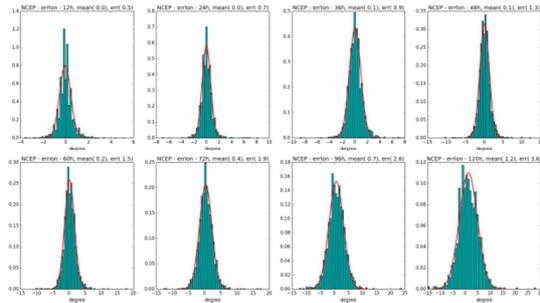


圖1、NCEP模式颱風路徑預報，在經度上的誤差分布情形。

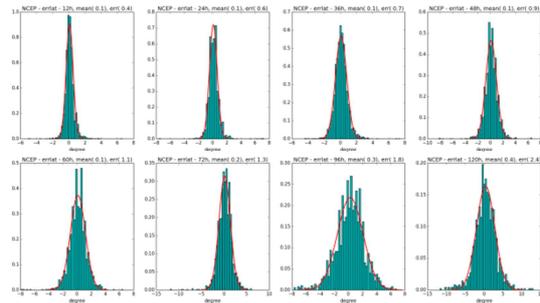


圖2、NCEP模式颱風路徑預報，在經度上的誤差分布情形。

令颱風中心位置的觀測值為 y ，而待整合的模式總共有 K 個，依序為 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_k$ ，並且已知資料為 D 的情況下，BMA模型描述該物理量發生的機率為：

$$p(y|D) = \sum_{k=1}^K p(M_k|D)p(y|M_k, D) \quad (1)$$

其中 $p(y|M_k, D)$ 為各模式利用已知資料 D 估計 y 發生之條件機率密度函數，而 $p(M_k|D)$ 則為各模式的後驗機率，代表模式擬合 D 資料的優劣程度。在使用的模式數量(K 值)大於1時，必須滿足 $\sum_{k=1}^K p(M_k|D) = 1$ 的條件，換句話說此後驗機率可以視為整合時各個模式所代表的權重值。

假設 $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$ 分別代表 K 個系集模式成員經過系統性誤差調整後的「最佳」預報值，而 $g_k(y|f_k)$ 為在已知 f_k 時的 y 條件機率密度函數，則BMA模型描述該參數發生機率為：

$$p(y|f_1, f_2, \dots, f_k) = \sum_{k=1}^K \omega_k g_k(y|f_k) \quad (2)$$

在式子(2)中 ω_k 為第 k 個成員的後驗機率，代表第 k 個模式在訓練期中成為最佳預報的機率，並滿足條件 $\sum_{k=1}^K \omega_k = 1$ 。

$g_k(y|f_k)$ 表示在給定預報值 f_k 條件下 y 的PDF。因此BMA模型的預報PDF可視為 K 個模式預報PDF的加權平均，意即以每個模式的後驗機率 ω_k 為權重進行加權平均。由前文所述，颱風路徑預報在經度與緯度上的誤差接近常態分布，因此這邊的 $g_k(y|f_k)$ 我們假設為常態分布。在Raftery等人(2005)的研究中使用BMA進行溫度機率預報建置

時，首先對預報值進行了一次線性修正，也就是說 $g_k(y|f_k)$ 的常態分布平均值為 $a_k + b_k f_k$ ，而標準差則是 σ 。可表示為

$$y|f_k \sim N(a_k + b_k f_k, \sigma^2) \quad (3)$$

但是基於颱風路徑在地圖上的誤差行為較為複雜，因此在本研究中則是省略了此線性修正步驟，以了解原始模式預報進行BMA建置後的改進效果將上式簡化為

$$y|f_k \sim N(f_k, \sigma^2) \quad (4)$$

因此，BMA模型描述物理量發生機率的期望值為：

$$E(y|f_1, f_2, \dots, f_k) = \sum_{k=1}^K \omega_k f_k \quad (5)$$

BMA模型中未知參數 ω_k 以及 σ ，需透過訓練期資料進行估計。首先透過最大化概似函數(likelihood)進行估計，假設預報誤差在時間上不相關，則對數概似函數可寫為 $\sum_t \log(\sum_{k=1}^K \omega_k g_k(y_t|f_{kt}))$ ，則可透過EM演算法進行迭代求解 ω_k 及 σ ，當兩次迭代之間的對數概似函數收斂時即迭代完成。

EM演算法分為E步驟(Expectation)計算概似函數，與M步驟(Maximization)找出最大化概似函數的最佳化參數。首先假設一個潛在變數 z_{kt} ，當 $z_{kt} = 1$ 時，代表第 k 個模式在時間為最佳預報值，反之則 $z_{kt} = 0$ 。意即 $z_{1t}, z_{2t}, \dots, z_{Kt}$ 之總和為1，並且理想情況下只有一個為1，其餘皆為0。求解時先給定待估計的參數 ω_k 以及 σ 初始值。假定總共有 n 筆訓練資料，在這裡這兩個參數的初始值設定分別為 $\omega_k = 1/K$ 以及 $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_t (y_t - f_{kt})^2$ 。而第 j 次迭代的E步驟寫為：

$$\hat{z}_{kt}^{(j)} = \frac{w_k g(y_t|f_{kt}, \sigma^{(j-1)})}{\sum_{i=1}^K w_i g(y_t|f_{it}, \sigma^{(j-1)})} \quad (6)$$

算式中的 $g(y_t|f_{kt}, \sigma^{(j-1)})$ 代表期望值為 f_{kt} ，標準差為 $\sigma^{(j-1)}$ 的常態分布函數。在E步驟以 $\omega_k^{(j-1)}$ 與 $\sigma^{(j-1)}$ 計算完 $\hat{z}_{kt}^{(j)}$ 之後再進入M步驟。在M步驟中會以E步驟估算出來的 $\hat{z}_{kt}^{(j)}$ 來估算 $\omega_k^{(j)}$ 與 $\sigma^{(j)}$ 。

$$\omega_k^{(j)} = \frac{1}{n} \sum_t \hat{z}_{kt}^{(j)} \quad (7)$$

$$\sigma^{2(j)} = \frac{1}{n} \sum_t \sum_{k=1}^K \hat{z}_{kt}^{(j)} (y_t - f_{kt})^2 \quad (8)$$

其中第(8)式為Raftery等人在處理系集模式時所使用的 $\sigma^{(j)}$ 計算方式，為了因應本實驗所使用的各個模式之間存在著 σ 的差異性，因此將 σ 的迭代式改為如下所示。

$$\sigma_k^{2(j)} = \text{Max} \left\{ \frac{1}{n} \sum_t \hat{z}_{kt}^{(j)} (y_t - f_{kt})^2, \frac{\sigma^{2(0)}}{b} \right\} \quad (9)$$

其中 b 為一自訂參數，用以限制 σ 的最小值。

三、建置參數分析

在BMA模型的建置過程中會碰到各項參數的設定，其中包含訓練期的長度，EM演算法前誤差線性回歸的有無，以及最小限制值b值的設定。

在本研究中的BMA建置採移動視窗方式，動態選擇預報前N個颱風的模式預報路徑與最佳路徑資料，將2011至2014年的模式與最佳路徑資料做為BMA訓練之用，對2015年的各筆預報進行整合，分析BMA方法用於2015年颱風預報的成效。在各個延時因應各模式所輸出的時間間隔不同，因此在不同延時所使用的模式數量參照表1。

Model\Tau	006	012	024	036	048	060	072	096	120
JMA	O	O	O	O	O	O	O	O	O
NCEP	O	O	O	O	O	O	O	O	O
TWRF	O	O	O	O	O	O	O	X	X
EC	X	X	O	X	O	X	O	O	O
WRF1	O	O	O	O	O	O	O	X	X
WRF3	O	O	O	O	O	O	O	X	X

表1、各延時所用之模式數量。

在式(9)中有提到在BMA的處理上有給予一個b值限定各個模式的最小標準差，而圖3中的Limit-B則代表 b^{-1} 。圖3表示的是測試Limit-B的大小對於BMA颱風路徑預報結果的影響，Limit-B的待測參數為0.0、0.2、0.4、0.6、0.8、橫軸為各個延時，縱軸為平均絕對誤差(MAE)的距離訓練長度在延時006至072用240筆，096與120為120筆。從圖中可以發現當Limit-B為0.0與0.2時，在各個延時表現較差，其次則為0.8，而各個延時的最佳設定則是落在0.4與0.6。而不同Limit-B之間的差距則是隨著延時增加而上升，在延時較小時的差異較不顯著，因此接下來的測試取折衷的0.5作為Limit-B的設定。

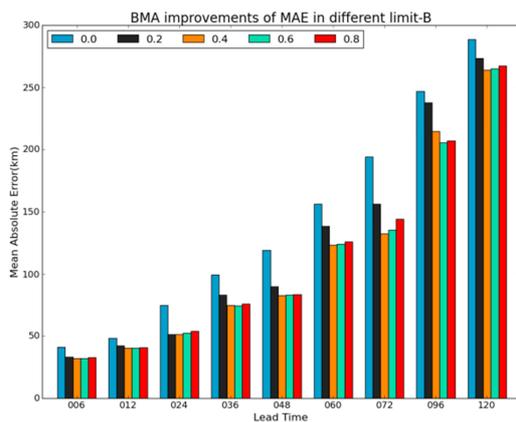


圖3、在不同的Limit-B值下的BMA路徑MAE表現。

在接下來的訓練資料長度測試中因為訓練資料的限制，因此只畫出資料較為充足的060以下的延時，在實驗中分別測試了150、195、240、285、330筆訓練資料對BMA颱風路徑預報的影響，使用的Limit-B為0.5。

圖4中所繪出的是BMA的MAE相較於模式平均位置的MAE進步了幾個百分點，橫軸為各個不同的延時，縱軸是改變幅度的程度，從圖中可以看到訓練期最佳進步幅度在不同延時多數落在240筆以及285筆之中，只有延時012在195筆訓練期資料時有最好的進步幅度，而150筆資料的預報結果則是進步幅度為最低，可能代表筆數不足無法取得正確的誤差標準差，而筆數上升所造成的影響則是較小。

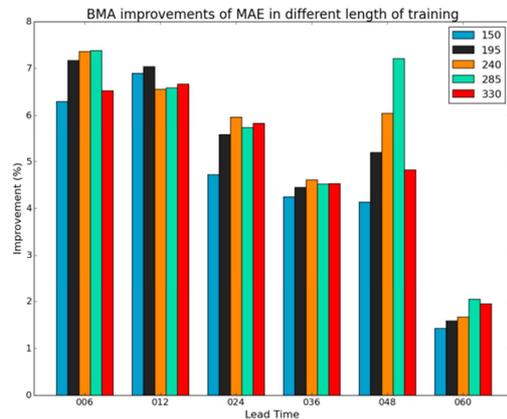


圖4、在不同訓練期長度下的BMA路徑相較多模式平均路徑的MAE改善幅度。

四、討論與結論

在BMA模型用於颱風機率預報的成效上可分成整合路徑的改進幅度以及機率分布的應用，根據前文所得到的結果，接下來選用Limit-B = 0.5，訓練長度在延時006至060用250筆，072為200筆，096與120為120筆。圖5是模式平均位置的誤差減去BMA整合位置的誤差所得到的箱型圖，用以表現在各個延時的兩方案誤差比較，箱中的紅色菱形代表平均值所在的位置。從箱形圖中可以看到除了延時060與120以外，其餘延時的分散程度隨著延時增大而上升，060與120的狀況有可能是因為在訓練過程中給予各個模式的權重較為平均所以距離多模式平均位置較為相近所導致，而120相對其他延時能取得的樣本數也最少，可能是另一個影響分散程度的變因。從圖中可以發現整體而言平均值與中位數都落在0以上，而且上四分位數也會高於下四分位數，代表BMA整體相較於模式平均位置的誤差是縮小的。

接著是嘗試將BMA所做出來的經度與緯度機率密度函數表現在地圖上，假設在經度與緯度的分布各自獨立的情況下，在各個位置的二維機率密度函數為經度緯度兩者的相乘，將各個機率密度函數隨著不同區域做積分則可得到在對應預報時間時颱風中心踏上的機率值大小。圖6所展示的是將BMA颱風預報機率投到的圖上的結果，黑色代表最佳路徑的位置，紅色代表BMA所整合出的颱風位置，一旁的數字代表延時，顏色代表的是颱風路徑在預報的120小時之內颱風中心踏上各個

格點的機率大小，每個格子為0.5度乘0.5度，在不同延時之間的機率重疊區域取最大值處理，接著在每兩點之間再對機率密度函數做線性內差並且疊加，各個BMA颱風期望值點位所延伸的十字代表累積機率5%至95%的區間。

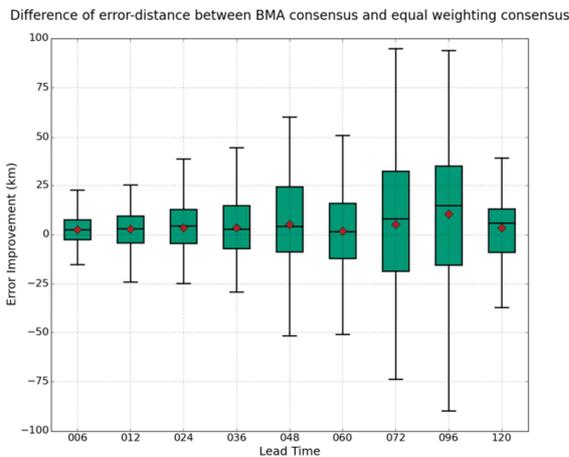


圖5、BMA路徑與模式平均路徑的誤差差異(模式平均誤差減去BMA誤差)。

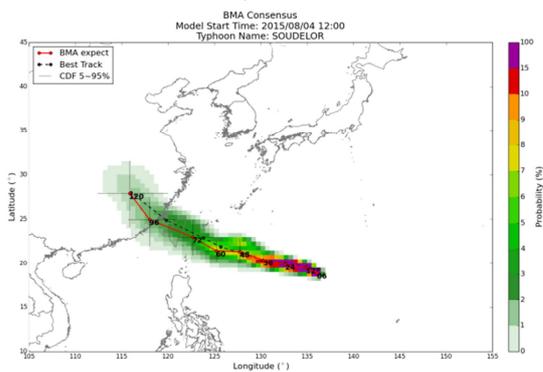


圖6、BMA路徑與機率分布呈現於地圖之示意圖(蘇迪勒颱風，模式起始時間為2015/08/04 12:00 UTC)。

從圖6中可見到路徑誤差大致上隨著延時增加而上升，而各點所延伸出來代表5%至95%機率範圍的灰色十字也隨著延時增加而範圍變大，在延時060至096這段偏差較大的時間段落中，可以看到地圖上的顏色範圍與灰色十字提供了誤差方向以及可能範圍的額外資訊，可做為評估不確定性的依據。

五、建議

在本研究中以BMA作為選擇權重的方式，而使用的策略則是動態選擇該次颱風預報前N筆資料對各個延時進行訓練並且得出權重。在此應用策略之下，要讓BMA在權重與標準差兩項未知數能靠EM演算的迭代過程得到一個較為安定的結果，就必須要一定數量的訓練期資料，在本研究中所得到的結果顯示使用250筆左右的訓練資料進行訓練，能夠得到較佳的預報結果。因此

若使用同個方案進行BMA颱風整合，建議使用250筆資料作為訓練筆數，並且將Limit-B設定為0.5去限制 σ 的最小值。

使用如此數量的訓練筆數會跨越好幾個颱風案例，訓練期所使用的時間也常會跨年，若是要在更少訓練筆數的情況下達到良好的預報結果，則得考慮使用其他的策略或者方案下進行BMA。

六、參考文獻

- 交通部中央氣象局，2013: 「102年度強化災害性即時天氣預報—資料處理與統計降尺度建置案」委託研究計畫成果報告。
- 馮智勇、劉家豪、林佑蓉、蔡雅婷、陳雲蘭，2014: “應用BMA發展多模式MOS策略溫度機率預報”，103年天氣分析與預報研討會。
- 張語軒、張庭槐與吳蕙如，2011: “貝式模型平均於溫度機率預報之應用”。氣象學報，49(1)，19-38。
- 馮智勇、劉家豪、許乃寧、賈愛玫、黃嘉美，2015: “應用貝氏模型平均法發展台灣測站氣溫機率預報指引”，104年天氣分析與預報研討會。
- Barnard, G. A., 1963: “New methods of quality control”. J. Roy. Stat. Soc., 126A, 255-258.
- Dempster, A. P., N. M. Laird, and D. B. Rubin, 1977: “Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm”. J. Roy. Stat. Soc., 39B, 1-39
- Hoeting, J. A., D. M. Madigan, A. E. Raftery, and C. T. Volinsky, 1999: Bayesian model averaging: A tutorial (with discussion). Stat. Sci., 14, 382-401
- Jun, S., W. Lee, K. Kang, K. Y. Byun, J. Kim, and W. T. Yun, 2015: Applicability of the superensemble to the tropical cyclone track forecasts in the western North Pacific. Asia-Pac. J. Atmos. Sci., 51, 39-48.
- Krishnamurti, T. N., C. M. Kishtawal, T. E. LaRow, D. R. Bachiochi, Z. Zhang, C. E. Williford, S. Gadgil, and S. Surendran, 1999: Improved weather and seasonal climate forecasts from multimodel superensemble. Science, 285, 1548-1550.
- Krishnamurti, T. N., Biswas, M. K., Mackey, B. P., ELLINGSON, R. G. and Ruscher, P. H. 2011, Hurricane forecasts using a suite of large-scale models. Tellus A, 63: 727-745. doi: 10.1111/j.1600-0870.2011.00519.
- Leamer, E. E., 1978: Specification Searches. Wiley, 370 pp
- Liu, J., and Z. Xie, 2014: “BMA Probabilistic Quantitative Precipitation Forecasting over the Huaihe Basin Using TIGGE Multi-model Ensemble Forecasts”. Mon. Wea. Rev., 142, 1542-1555.

13. Raftery, A. E., T. Gneiting, F. Balabdaoui, and M. Polakowski, 2005: "Using Bayesian model averaging to calibrate forecast ensembles". *Mon. Wea. Rev.*, 133, 1155–1174.
14. Roberts, H. V., 1965: "Probabilistic prediction". *J. Amer. Stat. Assoc.*, 60, 50-62.
15. Russell L. Elsberry, James R. Hughes, and Mark A. Boothe, 2008: Weighted Position and Motion Vector Consensus of Tropical Cyclone Track Prediction in the Western North Pacific. *Mon. Wea. Rev.*, 136, 2478–2487.
16. Slughter, J. M., A. E. Raftery, T. Gneiting, and C. Fraley, 2007: "Probabilistic quantitative precipitation forecasting using Bayesian model averaging". *Mon. Wea. Rev.*, 135, 3209–3220.
17. Slughter, J. M., T. Gneiting, and A. E. Raftery, 2010: "Probabilistic wind speed forecasting using ensembles and Bayesian model averaging". *J. Amer. Stat. Assoc.*, 105, 25–35.
18. Slughter, J.M., T. Gneiting, and A.E. Raftery, 2013: "Probabilistic wind vector forecasting using ensembles and Bayesian model averaging". *Mon. Wea. Rev.*, 141, 2107-2119.

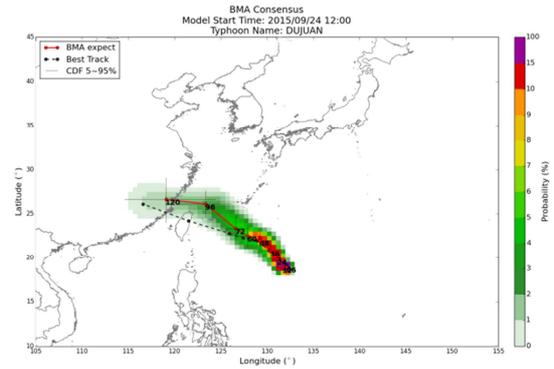


圖8、BMA路徑與機率分布呈現於地圖之示意圖(杜鵑颱風，模式起始時間為2015/09/24 12:00 UTC)。

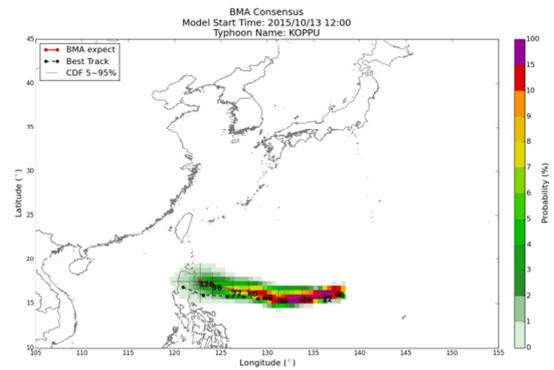


圖9、BMA路徑與機率分布呈現於地圖之示意圖(巨爵颱風，模式起始時間為2015/10/13 12:00 UTC)。

七、附圖

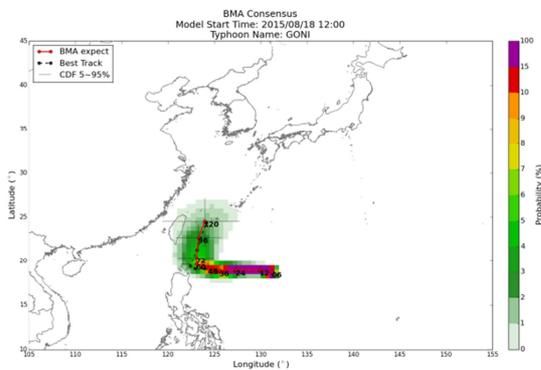


圖7、BMA路徑與機率分布呈現於地圖之示意圖(天鵝颱風，模式起始時間為2015/08/18 12:00 UTC)。